



POLITECNICO
MILANO 1863

REPORT 1

STRUTTURA A TRAVI

Corso di Progettazione Assistita dal Calcolatore
Anno Accademico 2025/2026
Prof. Martulli Luca Michele

Autori

Nicolò Mazzola (matricola: 237925; codice persona: 10909768)
Federico Tarantino (matricola: 209699; codice persona: 10903707)

Indice

Introduzione.....	4
Validazione Analitica della Struttura Semplificata.....	9
Analisi cinematica generale della struttura	9
Reazioni vincolari a terra e forze interne	9
Azioni interne	15
Sforzi agenti	16
Modellazione della struttura semplificata con tutte le travi incastrate ai nodi	17
Creazione della Geometria.....	17
Definizione del materiale e della sezione.....	17
Assemblaggio	18
Definizione dei passi di analisi (o Steps).....	18
Condizioni al contorno e carichi	18
Discretizzazione: creazione della Mesh.....	18
Lancio dell'analisi	19
Analisi dei risultati	19
Conclusioni	21
Modellazione della struttura reale con tutte le travi incastrate ai nodi	22
Creazione della Geometria.....	22
Definizione del materiale e della sezione.....	22
Assemblaggio	22
Interazioni	23
Definizione dei passi di analisi (o Steps).....	23
Condizioni al contorno e carichi	23
Discretizzazione: creazione della Mesh.....	23
Lancio dell'analisi	24
Analisi dei risultati	24
Conclusioni	26
Confronto con i dati sperimentali	27
Visualizzazione e raccolta dei dati sperimentali	27
Realizzazione del modello agli elementi finiti e raccolta dei dati.....	28
Confronto tra i dati	29
Modellazione della struttura reale con il vincolo di cerniera nel nodo 2	32
Conclusioni	34
Confronto con i dati sperimentali	35

Visualizzazione e raccolta dei dati sperimentali	35
Realizzazione del modello agli elementi finiti e raccolta dei dati.....	36
Confronto tra i dati	37
Conclusione.....	41

Introduzione

L'oggetto di studio è un **banchetto di prova** costituito da un sistema modulare di travi progettato per consentire la variazione delle condizioni di carico applicate alla struttura. L'obiettivo del presente report è analizzare il comportamento del sistema attraverso modelli con complessità crescente, valutandone la risposta meccanica e verificando la coerenza tra modello teorico e comportamento reale.

Il **sistema strutturale** è composto dalle seguenti parti principali (visibili in Figura 1):

- **base in acciaio (di colore blu)**: elemento di elevata rigidità, progettato per fornire un adeguato vincolo alla struttura reticolare sovrastante;
- **struttura reticolare in alluminio**: costituita da travi a sezione quadrata cava, connesse tramite apposite piastre di giunzione;
- **giunzioni meccaniche**: realizzano fisicamente vincoli cinematici ideali;
- **gancio terminale**: collegato a un'estremità della struttura e destinato all'applicazione dei carichi tramite pesi calibrati.

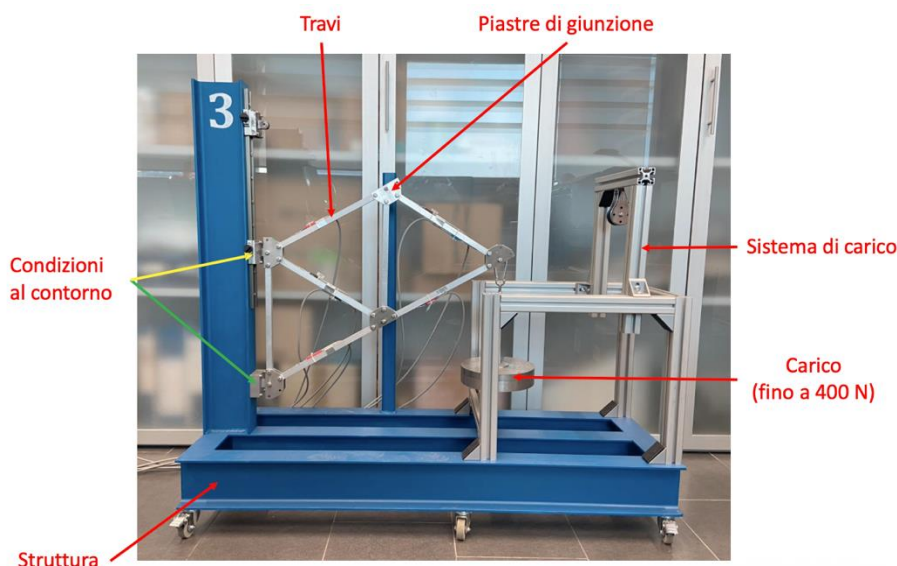


Figura 1

La configurazione del sistema vincola esclusivamente i movimenti fuori dal piano, mentre gli spostamenti nel piano sono permessi grazie alla presenza di due giunti a sfera (Figura 2 e Figura 3).



Figura 3

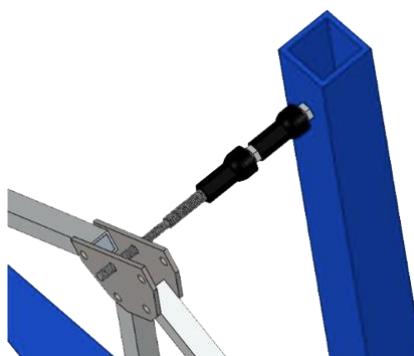


Figura 2

Tale scelta consente di evitare danneggiamenti strutturali dovuti a disallineamenti e permette di approssimare un comportamento puramente bidimensionale.

Sebbene i vincoli cinematici ideali implicherebbero l'assenza di reazioni fuori dal piano, imperfezioni geometriche e disallineamenti possono generare componenti indesiderate. Per limitarle si impiegano:

- viti non completamente serrate, per ridurre la trasmissione delle reazioni fuori piano;
- giunti e tolleranze costruttive che consentono alla struttura reticolare di rimanere internamente solidale senza accoppiamento rigido con la base.

In questo modo si ottiene una struttura fisica che si comporta, in prima approssimazione, come un **sistema bidimensionale**, trascurando le componenti delle reazioni vincolari perpendicolari al piano.

Geometria della struttura

La **struttura reticolare** è composta da **sette travi** in alluminio con sezione quadrata cava. Le dimensioni dell'ingombro delle singole travi e della loro sezione sono riportate in Figura 4 e Figura 5.

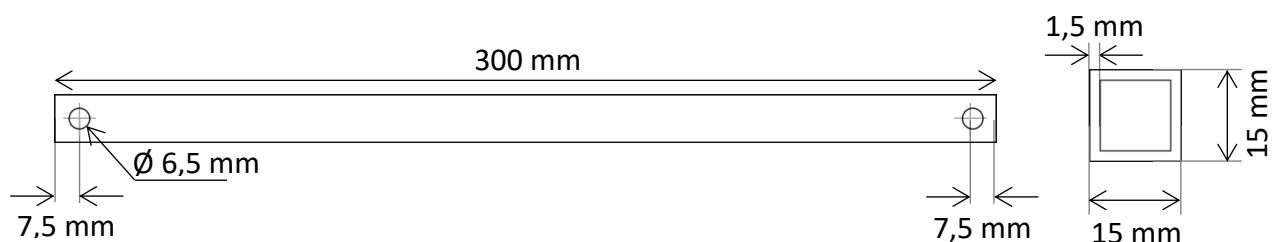


Figura 4

Figura 5

Le **piastre di giunzione** (visibili in Figura 6), realizzate in acciaio inox, presentano uno spessore di 3 mm e permettono la connessione fino a quattro travi mediante bulloni M6. Nel bullone centrale vengono applicati i vincoli e i carichi esterni. Le dimensioni nel piano sono riportate in Figura 7.



Figura 6

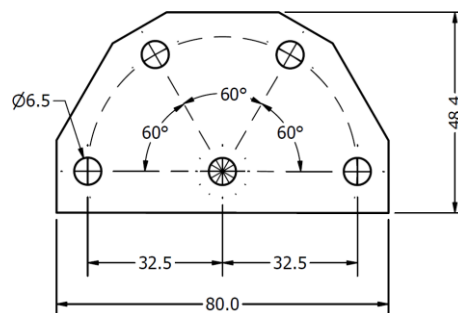


Figura 7

Conseguentemente, si ricavano le quote riportate in Figura 8, relative al montaggio complessivo delle travi sulle piastre per ottenere la struttura montata. Tali quote rivestiranno particolare importanza nella modellazione della struttura reale nel suo complesso con il metodo agli elementi finiti.

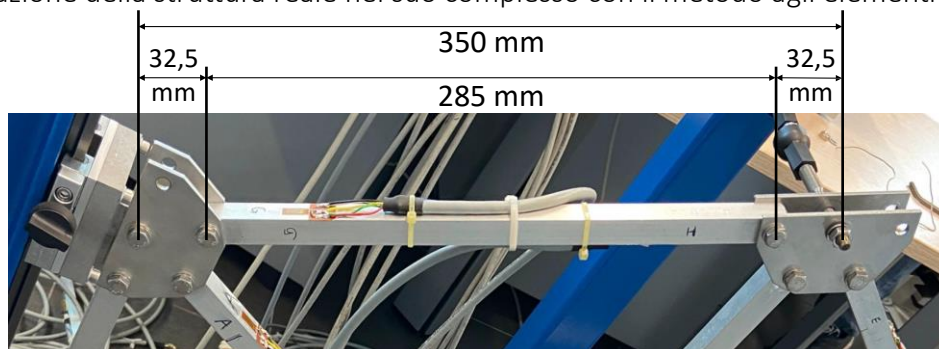


Figura 8

A seconda del serraggio delle viti, le **connessioni** assumono **due configurazioni**:

- incastro: ottenuto con un momento di serraggio pari a **10 Nm**, sufficiente a impedire scorrimenti grazie all'attrito (riportato in Figura 9).
- cerniera: ottenuta lasciando le viti non serrate, permettendo la rotazione relativa tra gli elementi (riportata in **Error! Reference source not found.**).

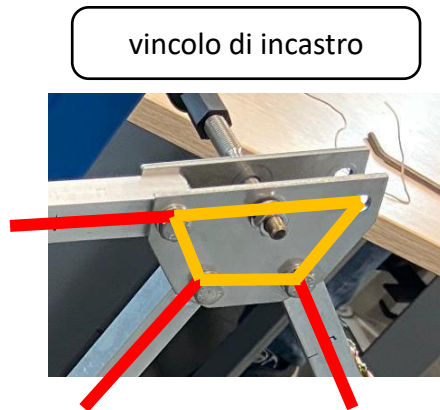


Figura 10

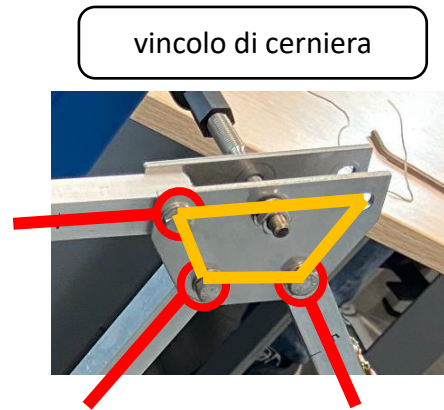


Figura 9

Misura delle deformazioni

Per la misura delle deformazioni sono impiegati **estensimetri** tipo 1-LY13-6/120, specifici per leghe di alluminio, connessi a una scheda di acquisizione tramite un circuito a ponte di Wheatstone. Il **montaggio** degli estensimetri sulla singola trave viene riportato in Figura 11.

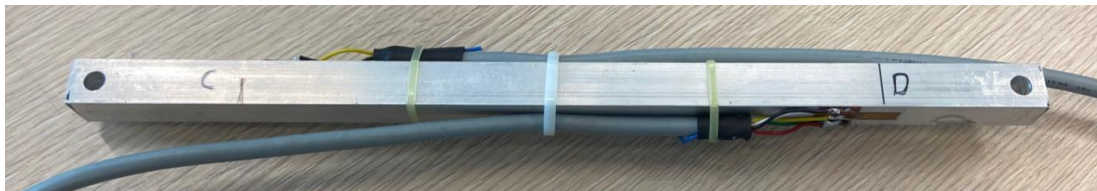


Figura 11

In Figura 12, è possibile osservare nel dettaglio il sistema con cui gli estensimetri (cioè i sensori effettivi) sono stati applicati sulla trave, il loro collegamento elettrico e il modo in cui viene riconosciuto il numero del canale. La posizione di installazione dei sensori, invece, è visibile in Figura 13.

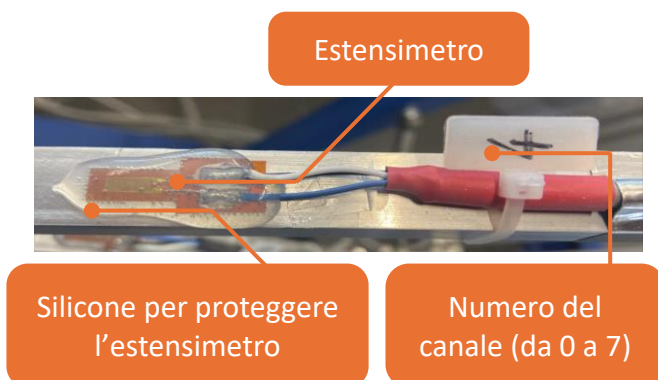


Figura 12



Figura 13

Il **circuito a ponte di Wheatstone** utilizzato per effettuare la misura degli estensimetri ha lo schema elettrico riportato in Figura 14, da cui è possibile identificare la disposizione delle resistenze e distinguere la diagonale di alimentazione da quella di misura.

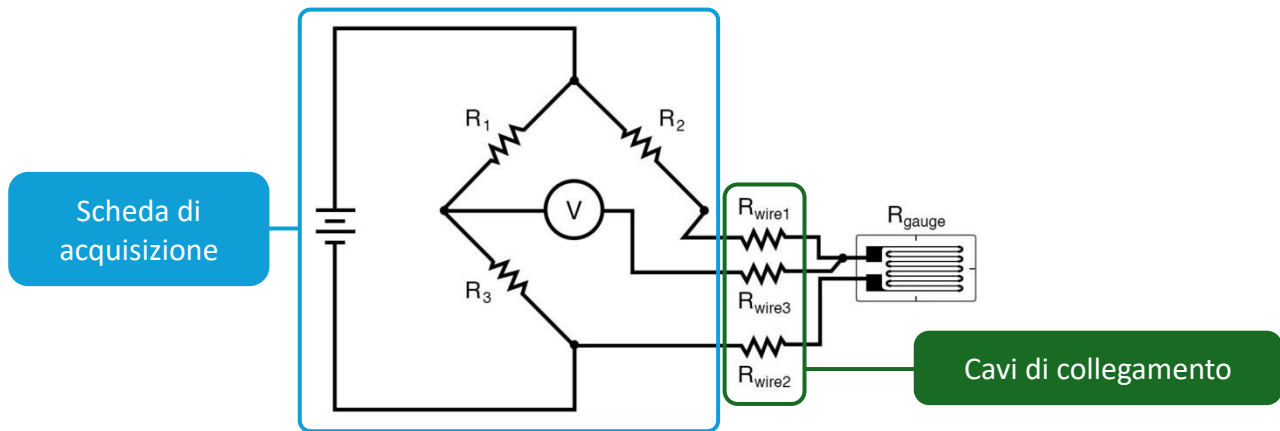


Figura 14

La **distribuzione** degli estensimetri è la seguente:

- 2 travi dotate di 2 estensimetri ciascuna;
- 3 travi dotate di 1 estensimetro ciascuna.

Per l'identificazione specifica di tali travi si fa uso dello schema riportato in Figura 15.

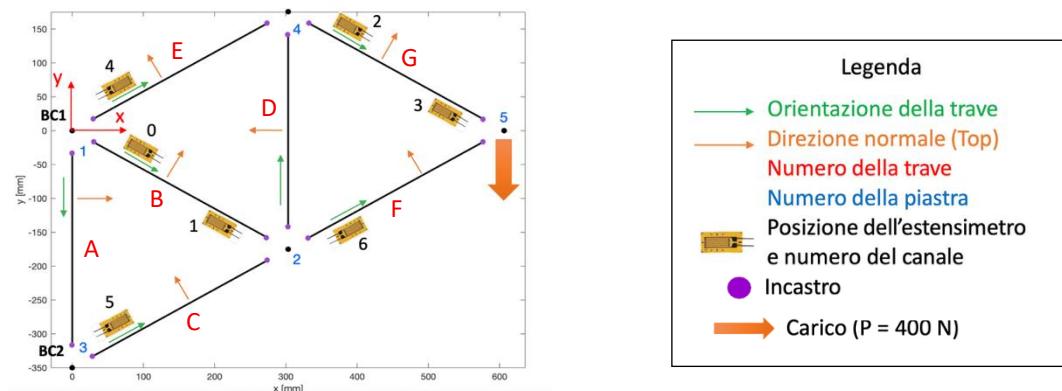


Figura 15

Non vengono compensati né gli effetti della temperatura, né la perdita di tensione sulla diagonale di alimentazione del ponte dovuta alla lunghezza dei cavi: ovviamente, questi aspetti costituiscono potenziali fonti di incertezza sperimentale. L'**acquisizione dei dati** relativi alle deformazioni è stata effettuata con una **scheda** National Instrument NI-9235 (Error! Reference source not found.),



Figura 16

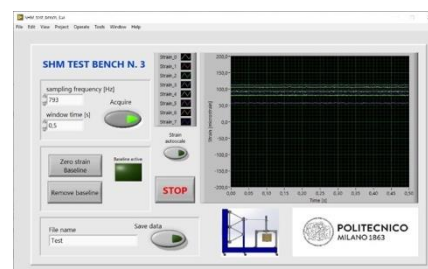


Figura 17

connessa al **software** LabVIEW (Error! Reference source not found.Error! Reference source not found.).

Materiali e carichi applicati

Ai fini dello studio della struttura, oltre alle quote geometriche già indicate, vengono forniti i valori relativi al Modulo di Young e al coefficiente di Poisson dell'alluminio utilizzato per la realizzazione delle travi e la forza applicata al nodo 5 della struttura. Tali valori sono tutti riportati in Tabella 1.

Tabella 1

Parametro	Valore
informazioni relative al materiale:	
Modulo di Young	64703,5 MPa
Coefficiente di Poisson	0,3
informazioni relative al carico applicato:	
Forza P	437,3 N

Validazione Analitica della Struttura Semplificata

In questa prima parte, si intende descrivere il **processo di analisi** di una **struttura semplificata** del sistema di travi costituita esclusivamente da aste rettilinee, comunemente note come **truss**. Le *truss* sono elementi di peso trascurabile collegate tra loro esclusivamente alle estremità tramite cerniere ideali senza attrito (cioè che non trasmettono momento). Tale schematizzazione della struttura fa sì che ogni singola asta (incernierata ai suoi estremi) sia caricata soltanto ai nodi, lavorando esclusivamente con forze assiali, di trazione o di compressione, senza sviluppare tagli o momenti flettenti. Conseguentemente a ciò, ogni asta può sostenere soltanto carico normale e ha una rigidezza flessionale trascurabile.

Si segue un percorso che parte dall'**analisi cinematica** della struttura, prosegue con la determinazione delle **reazioni vincolari** a terra e delle **forze interne** agenti sui nodi, per poi giungere alla schematizzazione delle **azioni interne** e alla valutazione teorica degli **sforzi assiali** su ciascuna asta, così da poter studiare in modo progressivo il comportamento prima globale e poi locale della struttura semplificata.

Analisi cinematica generale della struttura

Prima di procedere con i calcoli strutturali, viene svolta un'analisi cinematica di base. L'obiettivo è comprendere se la struttura, nella sua configurazione geometrica, sia effettivamente stabile oppure se presenti movimenti indesiderati.

La struttura considerata è composta da una serie di **anelli chiusi isostatici** che, una volta semplificati, possono essere ricondotti a un modello equivalente molto più essenziale: infatti, come visibile in Figura 18, il sistema si comporta come una trave vincolata da una **cerniera** e un **carrello** entrambi a terra. In questa configurazione non si individua alcun centro di istantanea rotazione e, quindi, la **struttura** risulta essere effettivamente **isostatica**.

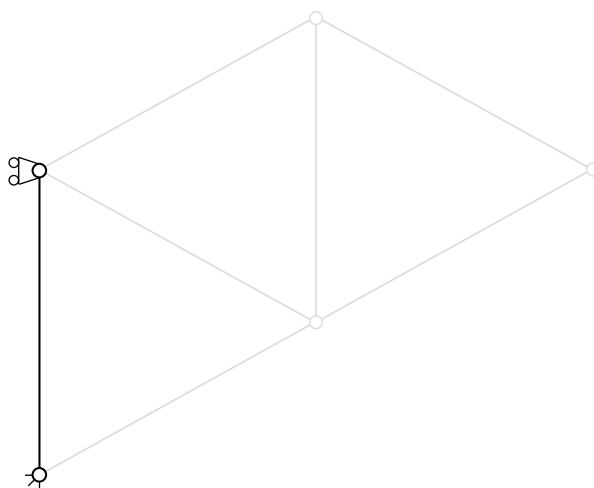


Figura 18

Reazioni vincolari a terra e forze interne

Accertato il comportamento isostatico della struttura, si procede alla determinazione delle **reazioni vincolari a terra**, generate dalla cerniera e dal carrello: nello specifico, la cerniera è un vincolo che

impedisce gli spostamenti lungo le due direzioni del piano, mentre il carrello consente sia la rotazione che lo scorrimento, in questo caso in direzione verticale.

Nomenclatura delle aste:

La nomenclatura delle forze è composta da *lettera dell'asta su/da cui è applicata la forza + numero di nodo su cui viene applicata la forza dall'asta + direzione della forza*.

Ad esempio, A_{1x} indica la componente in direzione x della forza nell'asta A applicata al nodo 1, mentre C_3 indica la forza nell'asta C applicata al nodo 3 lungo l'asse della barra.

Scelta del sistema di riferimento: per il calcolo delle reazioni vincolari a terra di cerniera e carrello si utilizza il sistema di riferimento Oxy_1 (di colore verde) con l'asse y parallela al carico.

Scrittura equazioni di equilibrio: si procede a imporre che la struttura, nel suo complesso, sia in equilibrio rispetto al piano.

Nel nodo 3 sono presenti le reazioni vincolari della cerniera: CE_x (in direzione x) e CE_y (in direzione y); nel nodo 1 è presente la reazione vincolare del carrello: CA_x (in direzione x). Per il calcolo si impostano le seguenti equazioni che descrivono l'equilibrio del sistema globale della struttura:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 : CE_x + CA_x = 0 & (1) \\ \sum F_y = 0 : CE_y - P = 0 & (2) \\ \sum M_z^{(3)} = 0 : -CA_x - 2P \sin 60^\circ = 0 & (3) \end{cases}$$

Dall'equazione (3), che descrive l'equilibrio dei momenti rispetto al nodo 3, si ottiene la reazione del carrello, agente solo in direzione x, CA_x :

$$CA_x = -2P \sin 60^\circ = -757,426 \text{ N}. \quad (4)$$

Dall'equazione (1) si ricava CE_x :

$$CE_x = -CA_x = 2P \sin 60^\circ = 757,426 \text{ N}. \quad (5)$$

Infine, dall'equazione (2), si ottiene CE_y :

$$CE_y = P = 437,3 \text{ N}. \quad (6)$$

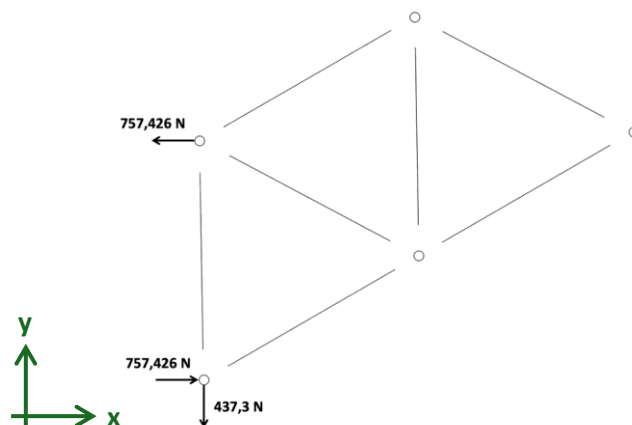


Figura 19

Successivamente si passa al calcolo delle **reazioni vincolari interne**, cioè quelle esercitate dai nodi (ossia dalle cerniere interne) sulle singole aste: vengono, quindi, riportati gli equilibri delle forze e dei momenti delle singole aste e dei nodi.

Cambio del sistema di riferimento: con lo scopo di semplificare i calcoli nello studio delle forze interne e di alleggerire la notazione, si convertono le reazioni vincolari di cerniera e carrello, appena trovate nel sistema di riferimento Oxy_1 , nel sistema di riferimento Oxy_2 (di colore rosso), in cui l'asse x è parallelo alle aste C, E, F.

Utilizzando gli angoli noti della struttura e le regole trigonometriche, si trovano le reazioni vincolari di carrello (S_x e S_y) e cerniera (R_x e R_y) nel nuovo sistema di riferimento Oxy_2 :

$$\begin{cases} R_x = CE_x \sin 60^\circ + CE_y \cos 60^\circ = 874,6 \text{ N} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} R_y = -CE_x \cos 60^\circ + CE_y \sin 60^\circ = 0 \text{ N} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} S_x = CA_x \sin 60^\circ = -655,95 \text{ N} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} S_y = CA_x \cos 60^\circ = -378,713 \text{ N} \end{cases} \quad (10)$$

Si procede quindi con il calcolo delle reazioni vincolari interne nel sistema di riferimento Oxy_2 . Si scompongono anzitutto le forze che agiscono su ogni asta, mettendo in equilibrio, per ciascun nodo, le forze che agiscono in direzione x e in direzione y .

Successivamente, si impone l'equilibrio alla traslazione nelle direzioni x e y (del sistema di riferimento in questione) in ogni nodo per ricavare i valori delle forze agenti sulle aste.

Equilibrio alle aste: per ciascuna asta si impone l'equilibrio alla traslazione verticale e orizzontale.

Asta A

L'asta A collega i nodi 1 e 3. Le forze interne soddisfano:

$$\begin{cases} -A_{1x} + A_{3x} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} -A_{1y} + A_{3y} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

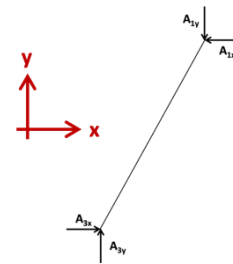


Figura 20

Asta B

L'asta B collega i nodi 1 e 2. Le forze interne soddisfano:

$$\begin{cases} B_{1x} - B_{2x} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} -B_{1y} + B_{2y} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

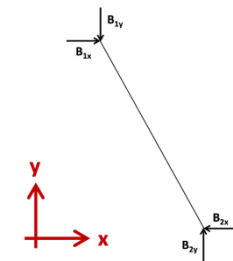


Figura 21

Asta C

L'asta C collega i nodi 2 e 3. Le forze interne soddisfano:

$$-C_2 + C_3 = 0 \quad (15)$$



Figura 22

Asta D

L'asta D collega i nodi 2 e 4. Le forze interne soddisfano:

$$\begin{cases} D_{2x} - D_{4x} = 0 & (16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{2y} - D_{4y} = 0 & (17) \end{cases}$$

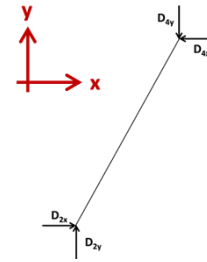


Figura 23

Asta E

L'asta E collega i nodi 1 e 4. Le forze interne soddisfano:

$$E_1 - E_4 = 0 \quad (18)$$



Figura 24

Asta F

L'asta F collega i nodi 2 e 5. Le forze interne soddisfano:

$$F_2 - F_5 = 0 \quad (19)$$



Figura 25

Asta G

L'asta G collega i nodi 4 e 5. Le forze interne soddisfano:

$$\begin{cases} G_{4x} - G_{5x} = 0 & (20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -G_{4y} + G_{5y} = 0 & (21) \end{cases}$$

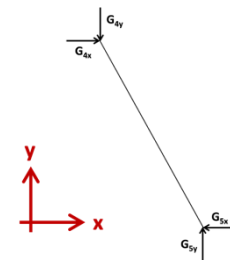


Figura 26

Equilibrio ai nodi: si riporta l'equilibrio alle forze risultanti su ogni singolo nodo, rispettando il Terzo Principio della Dinamica.

Nodo 1

Sul nodo 1 agiscono le forze interne delle aste A e B e le reazioni vincolari del carrello (S_x e S_y):

$$\begin{cases} A_{1x} - B_{1x} - S_x - E_1 = 0 & (22) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{1y} + B_{1y} + S_y = 0 & (23) \end{cases}$$

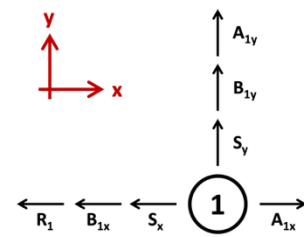


Figura 27

Nodo 2

Sul nodo 2 agiscono le forze interne delle aste B, C e D:

$$\begin{cases} B_{2x} + C_2 - D_{2x} - F_2 = 0 & (24) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -B_{2y} - D_{2y} = 0 & (25) \end{cases}$$

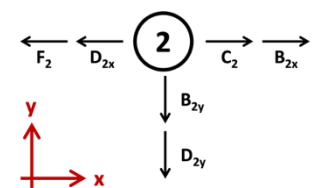


Figura 28

Nodo 3

Sul nodo 3 agiscono le forze interne delle aste A e C e le reazioni vincolari della cerniera (R_x e R_y):

$$\begin{cases} -A_{3x} - R_x - C_3 = 0 & (26) \\ -A_{3y} - R_y = 0 & (27) \end{cases}$$

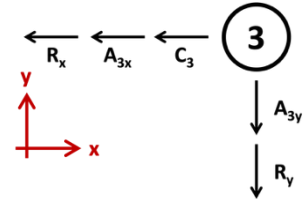


Figura 29

Nodo 4

Sul nodo 4 agiscono le forze interne delle aste D, E e G:

$$\begin{cases} D_{4x} - G_{4x} + E_4 = 0 & (28) \\ D_{4y} + G_{4y} = 0 & (29) \end{cases}$$

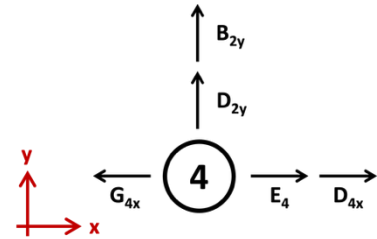


Figura 30

Nodo 5

Sul nodo 5 agiscono le forze interne delle aste F e G e il carico applicato P:

$$\begin{cases} G_{5x} - P \cos 60^\circ + F_5 = 0 & (30) \\ -G_{5y} - P \sin 60^\circ = 0 & (31) \end{cases}$$

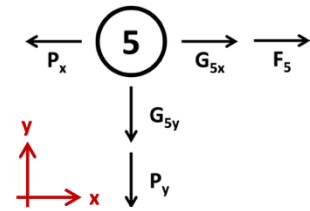


Figura 31

Risoluzione delle equazioni: si risolvono le equazioni partendo da quelle in cui si hanno più valori noti.

Si inizia risolvendo il sistema relativo al nodo 5, su cui agisce il carico applicato noto. Si trovano così G_{5y} , G_{5x} e F_5 :

$$G_{5y} = -P \sin 60^\circ = -378,713 \text{ N} \quad (32)$$

$$G_{5x} = G_{5y} \cot 60^\circ = -218,65 \text{ N} \quad (33)$$

$$F_5 = -G_{5x} + P \cos 60^\circ = 437,3 \text{ N} \quad (34)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta G, trovando G_{4x} e G_{4y} :

$$G_{4x} = G_{5x} = -218,65 \text{ N} \quad (35)$$

$$G_{4y} = G_{5y} = -378,713 \text{ N} \quad (36)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta F, trovando F_2 :

$$F_2 = F_5 = 437,3 \text{ N} \quad (37)$$

Si risolve il sistema relativo al nodo 3, trovando A_{3y} , A_{3x} e C_3 :

$$A_{3y} = -R_y = 0 \text{ N} \quad (38)$$

$$A_{3x} = A_{3y} \cot 60^\circ = 0 \text{ N} \quad (39)$$

$$C_3 = -R_x - A_{3x} = 874,6 \text{ N} \quad (40)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta C, trovando C_2 :

$$C_2 = C_3 = 874,3 \text{ N} \quad (41)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta A, trovando A_{1x} e A_{1y} :

$$A_{1x} = A_{3x} = 0 \text{ N} \quad (42)$$

$$A_{1y} = A_{3y} = 0 \text{ N} \quad (43)$$

Si può, quindi, osservare come le forze agenti sull'asta A, che collega cerniera e carrello, sono nulle, di conseguenza l'asta si può definire "scarica".

Si risolve il sistema relativo al nodo 4, trovando D_{4y} , D_{4x} e E_4 :

$$D_{4y} = -G_{4y} = 378,713 \text{ N} \quad (44)$$

$$D_{4x} = D_{4y} \cot 60^\circ = 218,65 \text{ N} \quad (45)$$

$$E_4 = G_{4x} - D_{4x} = -437,3 \text{ N} \quad (46)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta E, trovando E_1 :

$$E_1 = E_4 = -437,3 \text{ N} \quad (47)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta D, trovando D_{2x} e D_{2y} :

$$D_{2x} = D_{4x} = 218,65 \text{ N} \quad (48)$$

$$D_{2y} = D_{4y} = 378,713 \text{ N} \quad (49)$$

Si risolve il sistema relativo al nodo 2, trovando B_{2y} e B_{2x} :

$$B_{2y} = -D_{2y} = -378,713 \text{ N} \quad (50)$$

$$B_{2x} = D_{2y} + F_2 - C_2 = -218,65 \text{ N} \quad (51)$$

Si risolve il sistema relativo all'asta B, trovando B_{1x} e B_{1y} :

$$B_{1x} = B_{2x} = -218,65 \text{ N} \quad (52)$$

$$B_{1y} = B_{2y} = -378,713 \text{ N} \quad (53)$$

Si utilizza il sistema relativo al nodo 1 per verificare che i calcoli svolti siano corretti:

$$A_{1x} - B_{1x} - S_x - E_1 = 0 \text{ N} \quad (54)$$

$$A_{1y} + B_{1y} + S_y = 0 \text{ N} \quad (55)$$

Poiché le ultime due equazioni sono pari a 0, allora l'equilibrio è rispettato.

Si procede, quindi, utilizzando i valori delle forze scomposte appena trovati per calcolare i moduli delle forze agenti sulle aste, utilizzando il Teorema di Pitagora:

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (56)$$

Si ottiene:

$$A_1 = A_3 = \sqrt{A_{1x}^2 + A_{1y}^2} = 0 \text{ N} \quad (57)$$

$$B_1 = B_2 = \sqrt{B_{1x}^2 + B_{1y}^2} = 437,3 \text{ N} \quad (58)$$

$$C_2 = C_3 = \sqrt{C_{2x}^2 + C_{2y}^2} = 874,6 \text{ N} \quad (59)$$

$$D_2 = D_4 = \sqrt{D_{2x}^2 + D_{2y}^2} = 437,3 \text{ N} \quad (60)$$

$$E_1 = E_4 = \sqrt{E_{1x}^2 + E_{1y}^2} = 437,3 \text{ N} \quad (61)$$

$$F_2 = F_5 = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} = 437,3 \text{ N} \quad (62)$$

$$G_4 = G_5 = \sqrt{G_{4x}^2 + G_{4y}^2} = 437,3 \text{ N} \quad (63)$$

In Figura 32 si riporta lo schema complessivo delle forze interne del sistema.

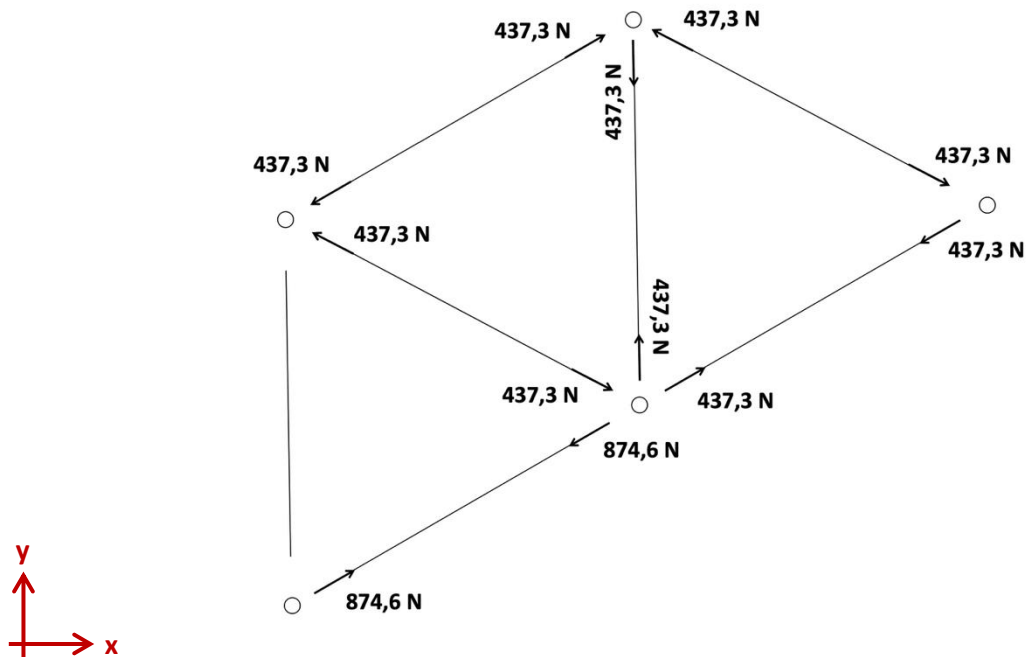


Figura 32

Azioni interne

Note le reazioni vincolari a terra e le forze esercitate su ogni singola asta, si passa al calcolo delle **azioni interne** alla struttura: come già specificato, ogni asta può essere sollecitata esclusivamente con **sforzi di tipo assiale**. Le azioni interne, riportate in Figura 33, risultano quindi sempre assiali e la convenzione utilizzata è la seguente: si considerano positive le azioni di trazione e negative le azioni di compressione.

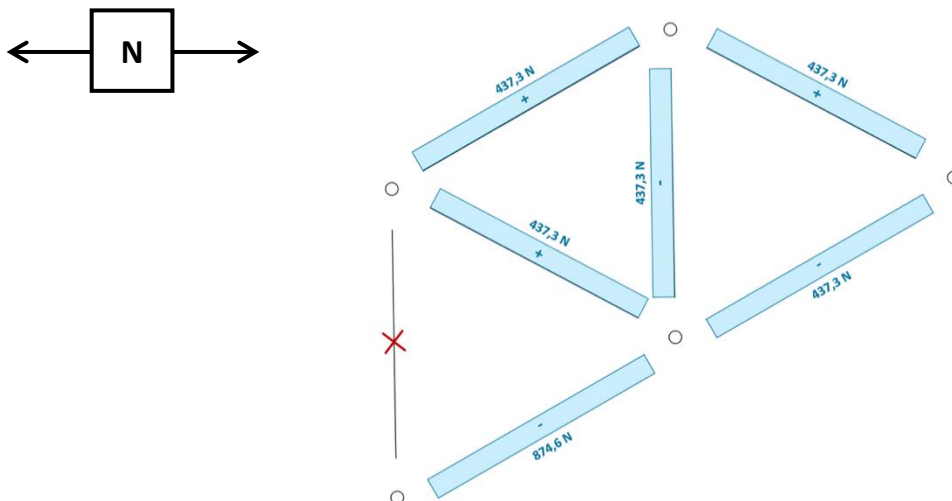


Figura 33

Sforzi agenti

Grazie al diagramma delle azioni interne, si sviluppa l'analisi degli **sforzi agenti nelle aste**: si considera, quindi, ogni asta come un elemento lineare soggetto ad un solo sforzo assiale, valutato sulla base delle forze calcolate in precedenza.

Gli sforzi medi assiali dovuti dalla forza i -esima sulla sezione dell'asta vengono calcolati mediante la formula generale:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} \quad (64)$$

[dove F_i è la forza assiale agente sulla i -esima asta e S è l'area della sezione trasversale].

Area della sezione: il calcolo dell'area della sezione risulta essere la differenza tra l'area del quadrato esterno e l'area di quello interno.

$$S = L^2 - (L - 2t)^2 = 81 \text{ mm}^2 \quad (65)$$

[dove L è il lato maggiore del profilo scatolato e t è lo spessore].

Calcolo dello sforzo: mediante la formula riportata in equazione (64), si ricavano i seguenti valori di sforzo.

$$\sigma_{A1} = \sigma_{A3} = \frac{A_1}{S} = 0 \text{ MPa} \quad (66)$$

$$\sigma_{B1} = \sigma_{B2} = \frac{B_1}{S} = 5,399 \text{ MPa} \quad (67)$$

$$\sigma_{C2} = \sigma_{C3} = \frac{C_2}{S} = 10,798 \text{ MPa} \quad (68)$$

$$\sigma_{D2} = \sigma_{D4} = \frac{D_2}{S} = 5,399 \text{ MPa} \quad (69)$$

$$\sigma_{E1} = \sigma_{E4} = \frac{E_2}{S} = 5,399 \text{ MPa} \quad (70)$$

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F5} = \frac{F_2}{S} = 5,399 \text{ MPa} \quad (71)$$

$$\sigma_{G4} = \sigma_{G5} = \frac{G_4}{S} = 5,399 \text{ MPa} \quad (72)$$

Riepilogo intensità e tipologia di sforzo: in Tabella 2 si ha un riepilogo delle forze e degli sforzi agenti sulle singole aste, così da poter effettuare più rapidamente i confronti nelle parti successive della relazione.

Tabella 2

Asta	Tipo di sforzo	Modulo della forza [N]	Modulo dello sforzo [MPa]
A	-	0	0
B	Trazione	437,3	5,399
C	Compressione	874,6	10,798
D	Compressione	437,3	5,399
E	Trazione	437,3	5,399
F	Compressione	437,3	5,399
G	Trazione	437,3	5,399

Modellazione della struttura semplificata con tutte le travi incastrate ai nodi

In questa seconda parte, viene sviluppata l'**analisi numerica della struttura** precedentemente descritta per via analitica, mediante un **modello agli elementi finiti** (FEM) realizzato con il software Abaqus/CAE.

L'obiettivo è riprodurre il comportamento statico dell'elemento sottoposto al carico applicato, verificando la coerenza dei risultati con le valutazioni analitiche e garantendo la replicabilità del processo di modellazione.

Per assicurare trasparenza e tracciabilità della metodologia, si riporta di seguito il procedimento generale adottato nella generazione del modello. Si fa uso delle quote riportate in Figura 4, Figura 5 e Figura 7 e dei valori riportati in Tabella 1.

Creazione della Geometria

La modellazione ha inizio con la **definizione della parte**: è stato impiegato uno schizzo planare 2D nel quale è stata ricostruita interamente la geometria della struttura, cioè tutti i segmenti delle aste incastrate tra di loro come se fossero un unico corpo rigido (visibile in Figura 34).

La definizione di tale *sketch* è stata condotta creando prima le opportune linee di costruzione in modo da avere degli assi di riferimento; successivamente, si è realizzato lo schizzo della spezzata, dimensionandolo con le opportune **quote geometriche** (specificate nella parte introduttiva) e imponendo ad esso i **vincoli necessari** a garantirne la stabilità (ovvero l'uguaglianza della lunghezza dei segmenti e coincidenze con le linee di costruzione fisse per vincolarli correttamente).

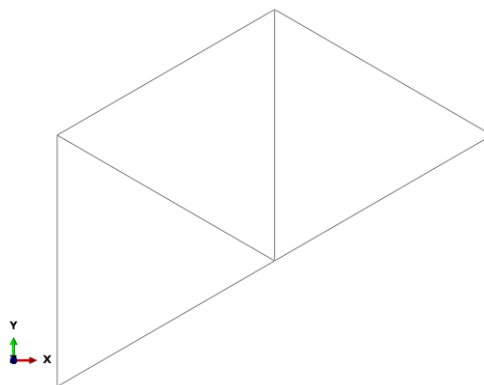


Figura 34

Definizione del materiale e della sezione

Nel modulo *Property*, è stato definito il **materiale Alluminio**, caratterizzato dai parametri di Modulo di Young e coefficiente di Poisson specificati in Tabella 1.

Per definire la sezione della singola asta è stato ovviamente selezionato l'elemento di tipo *truss*, idoneo a modellare componenti soggetti esclusivamente a sforzi assiali, con un'area della sezione pari a 81 mm^2 , come da quote geometriche già citate. Tale sezione è stata ovviamente assegnata all'intero sistema di aste precedente disegnato.

Assemblaggio

Poiché l'intera geometria era già completamente definita nello sketch della parte, nel modulo *Assembly* è stata riportata un'unica istanza dipendente della geometria, senza generarne ulteriori.

Definizione dei passi di analisi (o Steps)

Poiché all'intera struttura è applicata una singola forza **P**, l'analisi richiede un **singolo incremento di carico**: quindi, successivamente allo step "*Initial*" (generato automaticamente), è stato definito uno step aggiuntivo di tipo "*Static, General*" denominato (per semplicità) "*Carico*".

Condizioni al contorno e carichi

Le condizioni al contorno sono state applicate nello step "*Initial*" secondo lo schema isostatico definito in fase analitica:

- nodo 1: **vincolo di cerniera**, con blocco degli spostamenti in entrambe le direzioni del piano;
- nodo 2: **vincolo di carrello**, con blocco dello spostamento esclusivamente lungo la direzione U1 (asse x).

Nel successivo step "*Carico*", è stata applicata la **forza esterna P**, assegnata come singola forza puntuale concentrata sul nodo specificato.

Discretizzazione: creazione della *mesh*

La discretizzazione (riportata in Figura 35) rappresenta un passaggio critico, soprattutto quando vengono utilizzati elementi di tipo *truss*: infatti, come si è già analizzato nella prima parte, poiché essi sono sollecitati esclusivamente a trazione o a compressione, forniscono uno sforzo uniforme in tutta la loro lunghezza. Infatti, in una struttura modellata tramite elementi *truss*, l'**interesse** non è rivolto alla singola asta e alla sua rigidezza assiale considerata in modo isolato, ma al **comportamento globale del sistema**, che viene rappresentato come un insieme di aste incastrate tra loro. Quindi, per garantire coerenza tra il modello ad elementi finiti e il comportamento reale delle aste, è fondamentale che **ogni asta** sia **discretizzata** con un **singolo elemento finito**: per ottenere questo risultato, è necessario inserire come dimensione del singolo elemento un valore che sia maggiore o uguale alla lunghezza dell'asta.

Successivamente, è stata assegnata la tipologia di elemento alla struttura, ponendo elementi di tipo *truss*.

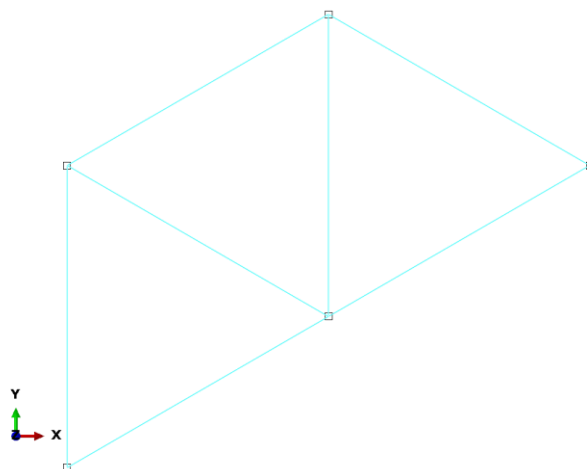


Figura 35

Lancio dell'analisi

Completata la modellazione, è stato creato un “Job” dedicato e **avviata la simulazione**.

La procedura è stata completata correttamente, consentendo l'estrazione dei risultati relativi agli spostamenti nodali, alle sollecitazioni e agli sforzi assiali nelle aste, di seguito riportati.

Analisi dei risultati

L'obiettivo di questa ultima parte è **confrontare in modo critico i risultati** ottenuti tramite l'analisi analitica della struttura semplificata con quelli derivanti dalla simulazione.

Analisi della deformata

Come primo passo, è stata esaminata la “deformata” della struttura, che descrive la forma assunta dalla stessa una volta applicato il carico, evidenziando (con un certo fattore di scala) le modalità di deformazione. In Figura 36, è possibile osservare la deformata della struttura in esame (per la quale è stato scelto un fattore di amplificazione pari a 100) sovrapposta alla struttura originale per evidenziarne al meglio le differenze.

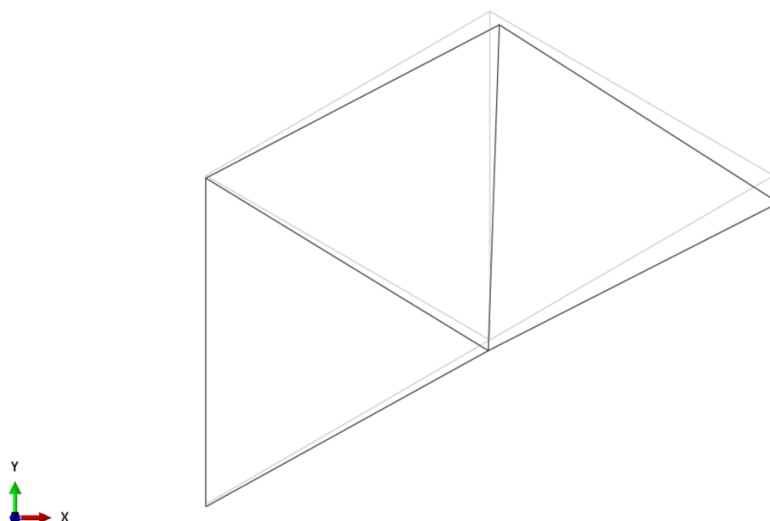


Figura 36

L'andamento della deformata conferma quanto detto nell'analisi cinematica generale, in quanto la struttura si comporta come un **unico corpo rigido vincolato isostaticamente**.

La deformata, infatti, mostra la flessione tipica di una trave isostatica soggetta a un carico verticale nel suo estremo libero; in generale, si nota che le aste soggette a trazione si allungano, mentre quelle compresse si accorciano. Si osserva, inoltre, che l'asta A, come già previsto dal modello analitico, non partecipa al trasferimento del carico, restando completamente “scarica”.

Analisi delle reazioni vincolari

Successivamente, sono state valutate le reazioni vincolari, con l'obiettivo di verificarne la compatibilità e di stimare l'affidabilità complessiva dei risultati ottenuti.

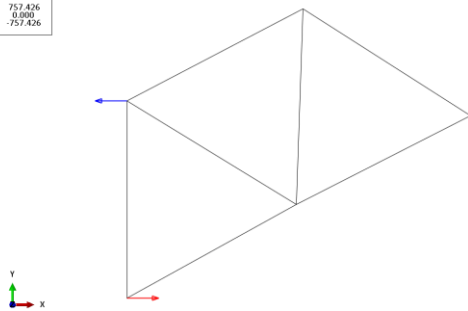


Figura 37

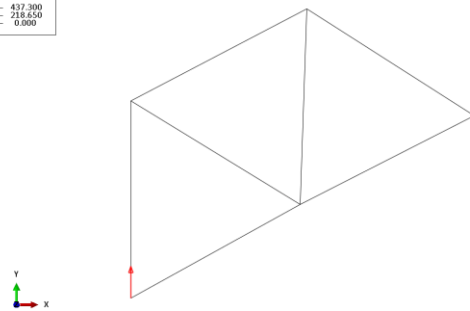


Figura 38

Utilizzando la stessa notazione adottata nella prima parte, si riportano in Tabella 3 i valori delle reazioni vincolari ottenute dalla simulazione.

Tabella 3

	Componente lungo la direzione U1 [N]	Componente lungo la direzione U2 [N]
Nodo 1	-757,42	0
Nodo 3	757,42	437,30

Il modello FEM fornisce esattamente gli **stessi valori** di reazioni vincolari, con relative direzioni e verso delle forze, ottenuti con il **metodo analitico**.

Analisi delle componenti di sforzo

Come ultimo parametro di paragone, sono stati analizzati e confrontati i valori di tensione (*stress*), con particolare attenzione alla componente σ_{11} (S11), che rappresenta lo sforzo lungo la direzione principale del modello e, quindi, l'indicatore primario degli sforzi assiali.

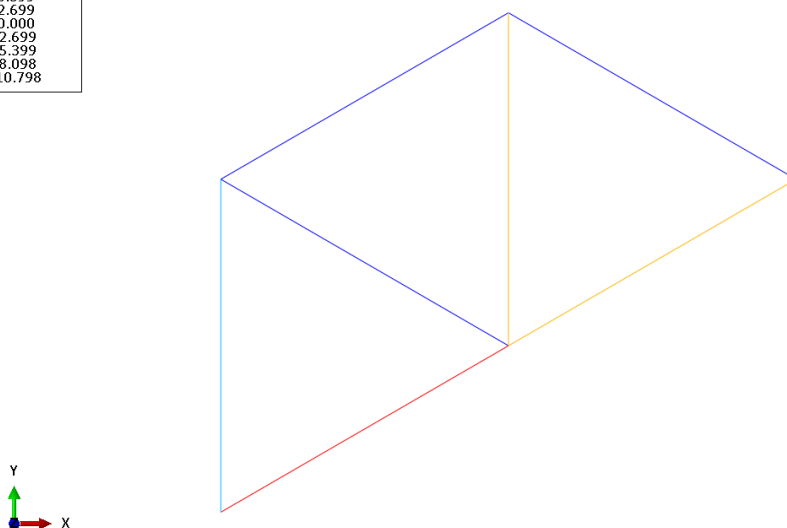
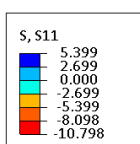


Figura 37

Nel modello FEM, la distribuzione della tensione **S11** rappresentata in Figura 37 mostra lo **stesso andamento degli sforzi** calcolato con il **modello analitico**: si conclude che la coincidenza è totale, con differenze inferiori all'ordine del millesimo, tipiche dell'approssimazione numerica.

Conclusioni

In conclusione, l'analisi FEM della struttura semplificata costituita da sole aste rispecchia appieno il modello analitico precedentemente impostato: le reazioni vincolari, le forze interne e gli sforzi su ogni asta risultano infatti coincidenti con quelli ottenuti nella Parte 1 del presente report, senza significative discrepanze. Inoltre, la deformata presenta un comportamento coerente con la teoria delle aste e ciò conferma ulteriormente che il modello FEM è stato realizzato in modo adeguato.

Modellazione della struttura reale con tutte le travi incastrate ai nodi

In questa terza parte, viene proposta la modellazione numerica della struttura nella sua **configurazione reale**, rappresentando tutte le travi incastrate ai nodi attraverso un modello agli elementi finiti sviluppato sempre con il software Abaqus/CAE.

A differenza della precedente analisi condotta con elementi *truss*, qui si impiegano **elementi beam**, che consentono di descrivere non solo il comportamento assiale delle aste, ma anche gli **effetti di torsione e di taglio**, sempre rimanendo nell'ambito della modellazione bidimensionale. Gli elementi di tipo *beam*, infatti, sono caratterizzati da una sezione trasversale definita (che nel nostro caso è quadrata cava) e da un orientamento specifico che permette di individuare gli assi principali di inerzia, risultando idonei alla rappresentazione di travi soggette a sforzi generali. L'obiettivo è quindi ricostruire in modo più fedele possibile il comportamento statico della struttura, considerando la reale rigidità flessionale e torsionale delle travi di cui essa è composta.

Come già effettuato per la parte precedente, si riporta il procedimento generale adottato per la realizzazione del modello all'interno del software citato. Si fa uso delle quote riportate in Figura 4, Figura 5 e Figura 7 e dei valori riportati in Tabella 1.

Creazione della Geometria

Il processo di modellazione inizia dalla creazione della parte, all'interno della quale è stato generato uno schizzo bidimensionale che rappresenta esclusivamente l'asse di una singola trave.

Per costruire questo *sketch* sono state introdotte, in via preliminare, due linee di costruzione (coincidenti con i due assi cartesiani), utili a definire un **sistema di riferimento fisso**. Successivamente è stato tracciato il **segmento che descrive la trave**, assegnandogli la lunghezza prevista (specificata nell'introduzione). Infine, sono stati applicati i vincoli geometrici necessari a garantire che il segmento mantenga una posizione fissa con il sistema di riferimento.

Definizione del materiale e della sezione

Nel modulo *Property*, è stato introdotto il **materiale Alluminio**, impostandone i parametri elastici fondamentali (Modulo di Young e coefficiente di Poisson) già riportati in Tabella 1.

Per la caratterizzazione dell'unica asta modellata si è scelto di utilizzare un **elemento beam**, particolarmente adatto alla rappresentazione del comportamento delle travi reali della struttura, in quanto consente di catturare non solo la risposta assiale, ma anche gli effetti flessionali e torsionali grazie alla definizione esplicita della sezione e del sistema locale di riferimento. È stata quindi creata una sezione di tipo *box*, con le dimensioni indicate in Figura 5. Tale sezione è stata assegnata all'asse dell'elemento definito nella parte e, successivamente, ne è stato specificato l'orientamento locale.

Assemblaggio

Nel modulo *Assembly*, è stata inizialmente riportata l'istanza della trave precedentemente modellata. A partire da questa, è stato poi seguito un **processo di generazione** delle restanti **istanze** al fine di ricostruire fedelmente la configurazione geometrica della struttura reale.

In primo luogo, l'istanza originaria è stata traslata di **32,5 mm**, valore che corrisponde alla distanza tra il bullone che collega la trave alla piastra e quello che vincola la piastra alla struttura portante. Successivamente, sfruttando il comando di ripetizione circolare, sono state create due ulteriori copie della stessa trave, ruotate di un angolo di **60°** l'una rispetto all'altra; una delle due si dispone

automaticamente nella posizione corretta, mentre l'altra è stata successivamente tralata per raggiungere l'allineamento previsto. In questo modo, si è realizzato il primo gruppo di tre travi; questo è stato duplicato e spostato secondo le distanze riportate nella sezione introduttiva, completando così la seconda metà della struttura. Infine, l'asta 5 è stata generata replicando la prima istanza citata e applicando una traslazione finale, ottenendo così la configurazione complessiva coerente con la disposizione delle travi nella struttura reale.

Interazioni

Nel modulo delle interazioni, non utilizzato per la modellazione precedente, si sono definiti i **"reference point"** delle travi, cioè dei punti virtuali che vengono utilizzati come nodi in cui possono essere applicati carichi, vincoli o condizioni cinematiche. Nel nostro specifico caso, ci consentono di **representare** in modo semplificato il comportamento delle **connessioni bullonate** tra le travi e le piastre mediante il vincolo di *coupling*. Quindi, sono stati inseriti dei *reference point* in corrispondenza di tutte le posizioni dei bulloni presenti nel sistema, ovvero sia nel punto centrale della piastra sia nei punti di collegamento tra ciascuna trave e la relativa piastra, che in una rappresentazione bidimensionale coincidono con gli estremi dei segmenti rappresentativi delle travi.

Successivamente, sono stati definiti i **vincoli** di *coupling* necessari a connettere tali *reference point* secondo la logica *master-slave*: il punto *master* è stato individuato nel *reference point* associato al bullone centrale, mentre i punti *slave* corrispondono ai *reference point* posti agli estremi delle travi. Infine, per associare efficacemente ciascun bullone alla trave di competenza, sono stati introdotti ulteriori vincoli di *coupling* tra ogni *reference point* localizzato all'estremità della trave e l'estremità geometrica del segmento che la rappresenta.

Definizione dei passi di analisi (o Steps)

Analogamente a quanto svolto nell'analisi precedente, la presenza di un'unica forza esterna **P** rende sufficiente l'utilizzo di **un solo step aggiuntivo**. Pertanto, dopo lo step *"Initial"*, creato automaticamente dal software, è stato introdotto uno step ulteriore di tipo *"Static, General"*, chiamato (per semplicità) *"Carico"* e destinato alla gestione dell'applicazione della forza.

Condizioni al contorno e carichi

Le condizioni al contorno sono state applicate nello step *"Initial"* secondo lo schema isostatico definito in fase analitica, anche se, in questa simulazione, esse sono state applicate sui *reference point* nelle posizioni riportate in Figura 15:

- nodo 1 (reference point 1): **vincolo di cerniera**, con blocco degli spostamenti in entrambe le direzioni del piano;
- nodo 2 (reference point 2): **vincolo di carrello**, con blocco dello spostamento esclusivamente lungo la direzione **U1** (asse x).

Nel successivo step *"Carico"*, è stata impostata la **forza esterna P**, applicata sull'opportuno *reference point* come singola forza puntuale concentrata.

Discretizzazione: creazione della Mesh

La discretizzazione del modello è stata **effettuata sulla singola parte** creata all'inizio, in quanto tutte le altre istanze usate per ricreare la struttura sono copie traslate e ruotate di tale entità. Si è, quindi, generata una *mesh* coerente con l'impiego di elementi di tipo *beam*, selezionando un appropriato numero di elementi finiti per ciascun segmento (pari a **5 mm**), tale da garantire una rappresentazione adeguata della deformata e delle sollecitazioni della struttura. Successivamente è stata specificata la tipologia di elemento *beam* ed è stato eseguito il processo di *meshing*, ottenendo una **discretizzazione regolare** e idonea alla fase di calcolo.

Nel contesto dell'analisi strutturale, le travi possono essere modellate con due principali teorie: Eulero-Bernoulli e Timoshenko. La teoria di Eulero-Bernoulli assume che le sezioni rimangano perpendicolari all'asse della trave anche dopo la deformazione, ignorando, quindi, gli effetti di taglio: ciò è particolarmente valido per travi "snelle", dove la deformazione da taglio è minima. La teoria di Timoshenko, invece, permette che la sezione ruoti in modo indipendente, includendo esplicitamente la deformabilità a taglio: è quindi più adatta per travi corte o con sezioni importanti, dove il taglio non può essere trascurato.

Nel software *Abaqus/CAE*, queste due teorie compaiono come differenti formulazioni degli elementi *beam*: la formulazione chiamata "*Cubic Formulation*" implementa la teoria di Eulero-Bernoulli, mentre "*Shear Flexible*" include il taglio e usa funzioni di forma diverse, tipiche della Teoria di Timoshenko. La scelta tra le due dipende, quindi, dal rapporto tra la dimensione della sezione trasversale (nel nostro caso la lunghezza del quadrato più esterno) e lunghezza della trave: essa viene, infatti, considerata "snella" se tale rapporto è compreso tra $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{15}$.

Poiché nel nostro caso si ottiene:

$$\frac{\text{lato della sezione trasversale}}{\text{lunghezza della trave}} = \frac{15 \text{ mm}}{285 \text{ mm}} = 0,05 \quad (73)$$

cioè un valore compreso tra $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{15}$, allora è possibile affermare che la trave in questione è "snella". Di conseguenza, si sceglie di utilizzare una "*Cubic Formulation*".

Tuttavia, è opportuno evidenziare che la formulazione alternativa, che include gli effetti di taglio, avrebbe comunque condotto al medesimo risultato: si sarebbe infatti ottenuto un contributo dell'azione di taglio di un ordine di grandezza inferiore rispetto alle altre azioni interne. Di conseguenza, tale effetto può essere considerato trascurabile ai fini della modellazione della struttura. È, quindi, possibile concludere che, in questo caso, utilizzare l'una o l'altra formulazione è equivalente, ma per maggiore correttezza formale si segue l'analisi dei dati utilizzando la "*Cubic Formulation*". Si fa uso quindi dell'elemento **B23**.

Lancio dell'analisi

Terminata la fase di definizione del modello, è stato predisposto un *Job* specifico e ne è stata eseguita l'elaborazione. Ad analisi conclusa, sono stati analizzati i dati forniti.

Analisi dei risultati

L'obiettivo dell'analisi dei dati ottenuti dalla simulazione è capire **come cambia la risposta del sistema** quando si tiene conto non solo degli sforzi assiali, ma anche degli effetti flessionali e della reale rigidità delle travi che compongono la struttura. Il modello che si ottiene, quindi, è più vicino al comportamento reale della struttura e permette di osservare differenze interessanti nella deformata e nella distribuzione degli sforzi.

Analisi della deformata

La Figura 38 mostra la deformata ottenuta, con un fattore di amplificazione pari a 100, sovrapposta alla struttura originale.

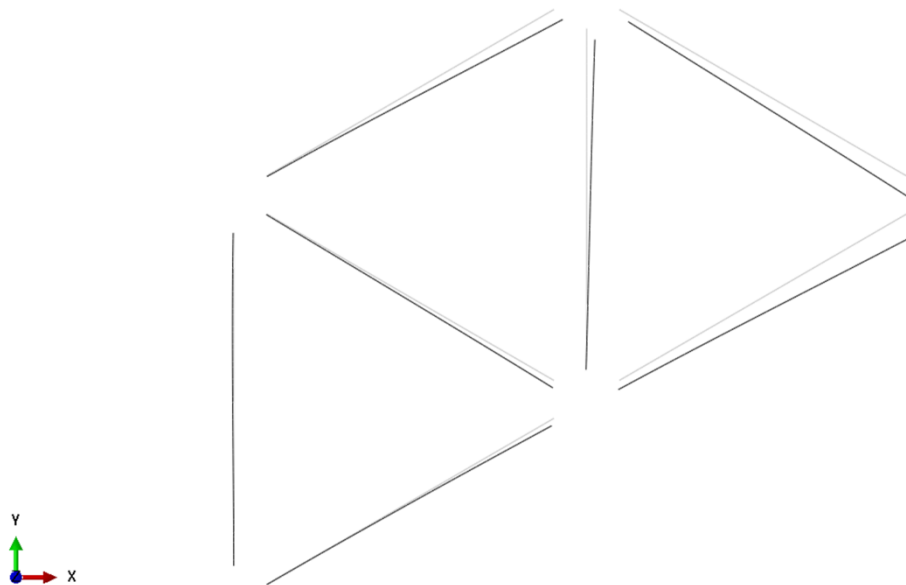


Figura 38

Rispetto al modello semplificato con elementi di tipo *truss*, è possibile analizzare le seguenti differenze:

1. presenza di maggiore flessione delle travi: sicuramente la rigidezza flessionale delle travi fa in modo che la deformata sia più continua; inoltre, si nota che l'asta inferiore inclinata è la zona di massimo momento flettente;
2. movimento al nodo centrale più "realistico": il nodo 2 riproduce con molta fedeltà il vincolo di incastro, facendo sì che la qualità della deformata sia nettamente maggiore rispetto all'analisi con le *truss*.

Analisi delle reazioni vincolari

I valori delle reazioni vincolari lungo la direzione **U1** ottenuti sono riportati in Figura , mentre quelli lungo la direzione **U2** si trovano in Figura .

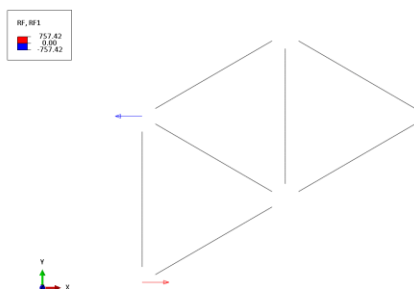


Figura 41

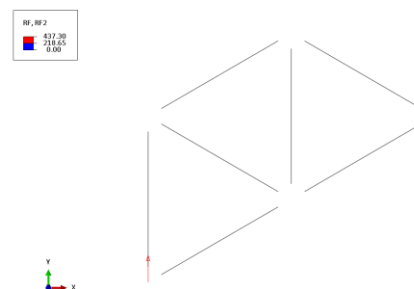


Figura 42

Si nota che le reazioni vincolari **coincidono esattamente** con quelle già precedentemente ottenute sia nella **validazione analitica** che nella prima **simulazione numerica** con gli elementi di tipo asta: ciò è un valido supporto al fatto che la geometria globale della struttura reale è stata modellata correttamente e, quindi, la sostituzione degli elementi *truss* (sistema prettamente ideale) con quelli di tipo *beam* ha comportato solamente un miglioramento nella descrizione della struttura, **senza**

alterare l'equilibrio globale della stessa. Di conseguenza, il comportamento della struttura resta isostatico, anche se l'analisi delle forze interne cambia.

Componenti di sforzo

L'analisi dello sforzo è riportata in Figura 39.

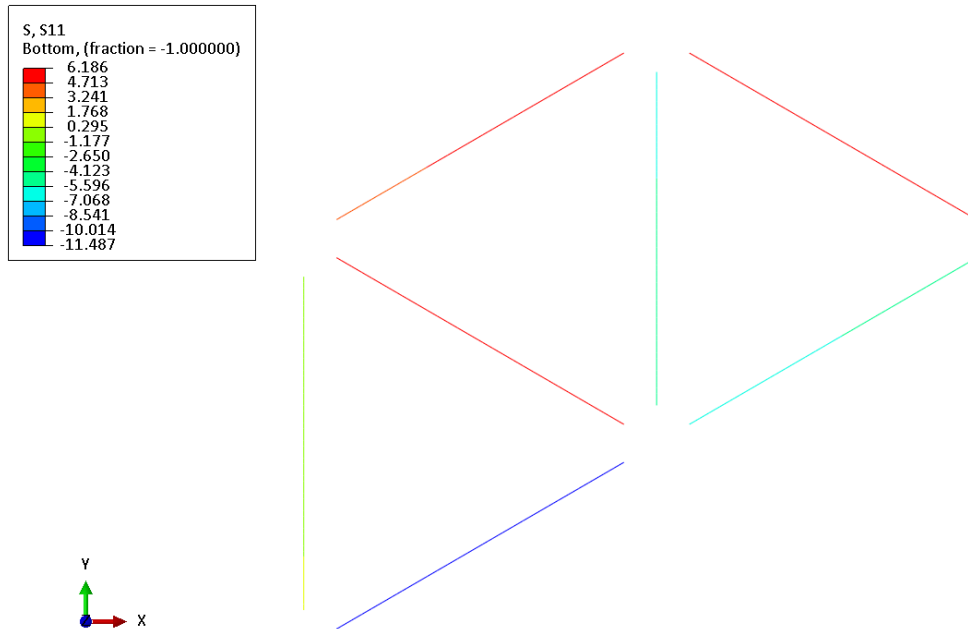


Figura 39

Nel modello con le *truss*, in generale lo sforzo era costante lungo ogni asta, esclusivamente assiale e nullo nell'asta A.

Nel modello con elementi di tipo *beam*, vengono **aggiunti gli effetti del momento flettente** (che contribuiscono ad un aumento dei valori nel tensore degli sforzi) e il **contributo della rigidità flessionale e torsionale delle travi** a sezione quadrata cava. Si analizza che lo sforzo S11 non è più costante lungo ogni trave, ma compaiono gradienti dovuti alla presenza della componente flessionale; inoltre, in alcune travi, lo sforzo massimo si localizza alle estremità, dove il momento flettente è massimo. L'asta A non risulta più completamente scarica, ma presenta una piccola quota di sforzo assiale.

Conclusioni

L'analisi agli elementi finiti della struttura reale modellata con tutte le travi incastrate ai nodi mette in evidenza un comportamento molto più realistico della struttura. L'uguaglianza delle reazioni vincolari con il modello analitico ha permesso di verificare la piena correttezza della modellazione svolta con il *software*; la deformata ha permesso di catturare dettagli non percettibili mediante l'uso di elementi di tipo *truss*; gli sforzi non sono più uniformi, ma presentano picchi dovuti alla presenza dei momenti flettenti agenti sulle travi.

Confronto con i dati sperimentali

Questa ulteriore analisi prevede di **confrontare i dati sperimentali** provenienti dagli estensimetri con i risultati ottenuti tramite la simulazione agli elementi finiti dell'esperimento effettuato in laboratorio. Si procede, quindi, a riprodurre sul software **Abaqus/CAE** tale esperimento (ipotizzando il sistema con le travi incastrate ai nodi) e successivamente si estraggono dalla simulazione i dati necessari ad effettuare un confronto con il caso reale, verificando quanto il modello riesca a rappresentare fedelmente il comportamento reale della struttura fisica.

Visualizzazione e raccolta dei dati sperimentali

L'**acquisizione sperimentale** delle deformazioni tramite i sette estensimetri, posizionati come in Figura 15, porta al grafico dello sforzo (*strain*) nel tempo (*time*) riportato in Figura 40. Tale grafico mostra chiaramente che il carico finale è stato ottenuto tramite l'applicazione di quattro incrementi di massa applicati in sequenza fino ad arrivare al peso massimo di 400 N: dall'andamento delle singole curve si nota come, dopo ciascuno *step* di carico, esse si assestano rapidamente e rimangono più o meno costanti fino all'applicazione del campione di massa successivo.

Gli estensimetri posti sulle travi soggette a trazione (curva con valori di sforzo maggiori di zero) presentano un aumento positivo dello *strain*, mentre quelli in zone a compressione registrano valori negativi, con livelli più elevati per gli estensimetri maggiormente sollecitati.

Ai fini del confronto, si **selezionano i dati utili**, cioè quelli in cui il carico è massimo. È stata, quindi, sviluppata una procedura automatizzata mediante il software **Matlab** per identificare, all'interno del segnale acquisito dagli estensimetri, la regione in cui la **deformazione** assume un **valore stabile** dopo l'applicazione di tutti i campioni di massa. L'obiettivo è proprio isolare la regione stazionaria finale per ogni canale e calcolarne il valore medio, in modo da ottenere una misura rappresentativa dello stato deformativo raggiunto dalla struttura al termine della prova; tale dato viene successivamente confrontato con la deformazione calcolata mediante il metodo agli elementi finiti.

Inizialmente, lo *script* permette di selezionare un file di dati in formato **LabVIEW** (il software utilizzato per l'acquisizione dei dati già citato nella parte introduttiva) contenente le misure effettuate sui diversi canali nel tempo: tali dati vengono, quindi, importati in **Matlab** insieme al vettore temporale e alla frequenza di campionamento del convertitore analogico-digitale utilizzato.

Per migliorare la qualità del segnale, su ciascun canale viene applicato un **filtro passa-basso** con frequenza di taglio pari a **5 Hz**, in modo da ridurre il rumore ad alta frequenza presente nelle misure.

Successivamente, i **segnali** filtrati (visibili in Figura 40) vengono **rappresentati graficamente** in funzione del tempo, consentendo di osservare l'andamento delle deformazioni e individuare le diverse fasi della prova.

Da tale visualizzazione grafica si individua l'intervallo temporale corrispondente alla zona di interesse per ogni canale (cioè quella in cui il carico finale è stabile e la struttura risulta assestata). Viene poi selezionato tale periodo di tempo e, quindi, si impone che solo i dati compresi in questo range vengano utilizzati per l'analisi.

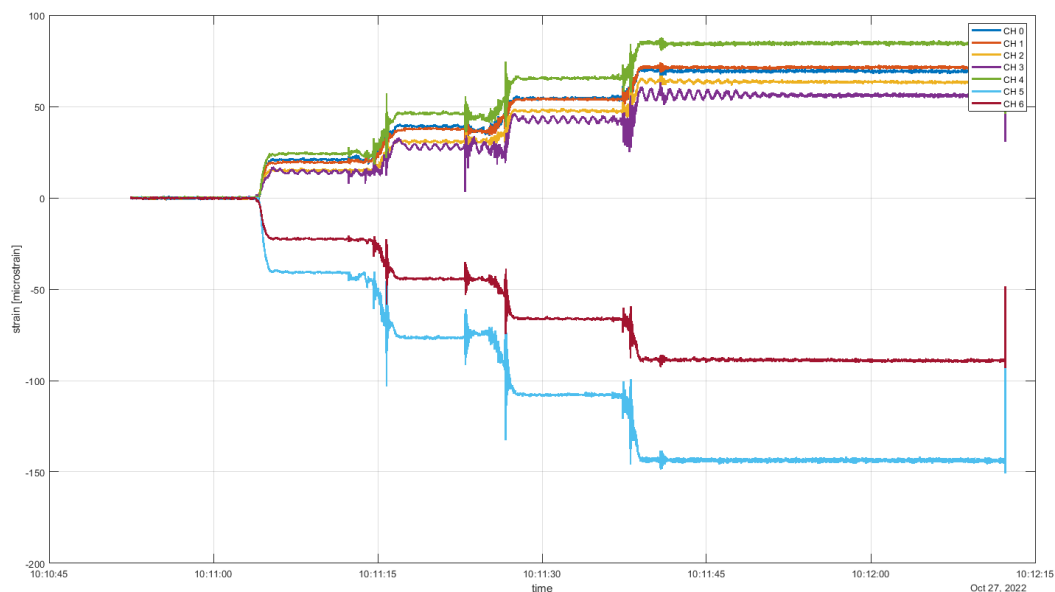


Figura 40

Infine, per **ciascun canale** di misura viene calcolato il **valore medio della deformazione** all'interno della zona selezionata e questi risultati vengono stampati a video e sono visibili in Tabella 4.

Tabella 4

Estensimetro	Deformazione sperimentale [$\mu\epsilon$]
Estensimetro 0	69,34
Estensimetro 1	71,40
Estensimetro 2	63,36
Estensimetro 3	56,10
Estensimetro 4	84,60
Estensimetro 5	-143,65
Estensimetro 6	-88,99

Realizzazione del modello agli elementi finiti e raccolta dei dati

La realizzazione della struttura nel software Abaqus/CAE si effettua seguendo pedissequamente tutti i passaggi già riportati per l'analisi precedente. Le uniche modifiche riguardano il **materiale**, in quanto nella prova in laboratorio è stato utilizzato un alluminio (Modulo di Young pari a 67000 MPa e coefficiente di Poisson pari a 0,3), e il **carico applicato** al nodo 5, pari a 400 N con stessa direzione e verso del caso studio precedente.

La realizzazione della *mesh* è stata effettuata con gli stessi elementi dell'analisi prima svolta, ma utilizzando una **dimensione del singolo elemento finito** pari a 2,5 mm, in quanto (come è possibile notare in Figura 15), ogni estensimetro è stato posizionato ad una distanza pari a 42,5 mm dal foro del bullone che collega la trave alla relativa flangia: tale dimensione consente di utilizzare il valore di deformazione che può essere letto direttamente dal relativo nodo, **senza ricorrere a interpolazioni**.

Completata la simulazione, si sono estratti da essa soltanto i **dati relativi alle deformazioni** nelle posizioni in cui sono stati posizionati i sette estensimetri, selezionando opportunamente i valori di *strain* relativi alla parte superiore o inferiore della trave in base al posizionamento dei sensori. I dati ottenuti sono riportati in Tabella 5.

Tabella 5

Estensimetro	Deformazione numerica [$\mu\epsilon$]
Estensimetro 0	74,08
Estensimetro 1	78,78
Estensimetro 2	75,79
Estensimetro 3	79,68
Estensimetro 4	87,42
Estensimetro 5	-138,32
Estensimetro 6	-84,44

Confronto tra i dati

Il confronto tra i valori di deformazione mostra, in generale, una **buona corrispondenza** tra i risultati FEM e quelli sperimentali, sia in termini di segno della deformazione (trazione o compressione) sia in termini di ordine di grandezza: gli estensimetri posizionati nelle zone maggiormente sollecitate presentano valori di deformazione più elevati, comportamento che risulta correttamente riprodotto anche dal modello numerico.

Tuttavia, si osservano alcune **piccole differenze quantitative** tra i valori FEM e quelli sperimentali. Tali discrepanze possono essere attribuite a diversi fattori: in primo luogo, il modello FEM assume un **comportamento ideale** del materiale e della struttura, mentre nella realtà sono presenti inevitabili imperfezioni geometriche e tolleranze costruttive; in secondo luogo, il **posizionamento reale degli estensimetri** può introdurre piccole incertezze, sia in termini di orientamento sia di distanza esatta dal punto di interesse; infine la configurazione a ponte di Wheatstone utilizzata **non compensa** gli **effetti della temperatura**.

Un altro fattore importante da considerare è che la prova sperimentale si basa sul **rilevamento di piccole variazioni di resistenza** (a seguito delle quali, con le formule per il ponte di Wheatstone, è possibile ottenere la deformazione). Di conseguenza, il valore della lettura può essere facilmente influenzato da parametri quali: rumore elettrico (nonostante sia stato introdotto un filtraggio in *post-processing*); variazioni di temperatura; qualità del montaggio che, nonostante si cerchi di controllare il più possibile, non è mai effettuabile perfettamente.

Un'ulteriore fonte di differenza è legata alle **condizioni di vincolo**: nel modello numerico, infatti, i vincoli sono imposti in modo ideale (attraverso il sistema dei *reference point* prima citato), mentre, nella prova sperimentale, gli incastri e i collegamenti possono presentare piccole differenze rispetto al caso ideale, influenzando le deformazioni.

Nel complesso, il **confronto** tra i dati sperimentali e i risultati FEM può essere considerato **soddisfacente**: le differenze osservate rientrano in un intervallo accettabile e non compromettono la validità del modello numerico, che risulta in grado di descrivere correttamente il comportamento strutturale della prova analizzata.

Script Matlab utilizzato per l'estrapolazione dei dati sperimentali

Si riporta lo *script* utilizzato all'interno del software Matlab per l'estrapolazione dei dati sperimentali utili a partire dalla lettura dei segnali in uscita dai singoli estensimetri.

```
clear variables
close all
clc

%% -----
% APERTURA DEL FILE CON I DATI DELLE DEFORMAZIONI
% -----
[file_name, folder, FILTERINDEX] = uigetfile('.lvm', 'Select the
LabVIEW data file');

%% -----
% CARICAMENTO DEI DATI
% -----
baseline = false;
[Time, signal, f] = LoadTimeHistory(folder, file_name,
baseline);

%% -----
% FILTRAGGIO DEL SEGNALE
% -----
for ii=1:8
    signal(:,ii) = lowpass(signal(:,ii), 5, f);
end

%% -----
% VISUALIZZAZIONE GRAFICA DEI DATI PER OGNI CANALE
% -----
figure
plot(Time, signal(:,1), 'linewidth', 2);
hold on
plot(Time, signal(:,2), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,3), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,4), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,5), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,6), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,7), 'linewidth', 2);
% plot(Time, signal(:,8), 'linewidth', 2); % Data related to the
extra beam with reduced section that can be substituted to one
of the others
grid on
xlabel('time')
ylabel('strain [microstrain]')
legend('CH 0', 'CH 1', 'CH 2', 'CH 3', 'CH 4', 'CH 5', 'CH 6') %
if necessary insert ", 'CH 7'" and Uncomment line 37
% save the data
```

```

% save_path = ['Processed_data\' file_name(1:end-4) '.mat'];
% save(save_path, 'signal');

%% -----
% IDENTIFICAZIONE DELLA ZONA STAZIONARIA
% -----
t_start = datetime(year(Time(1)), month(Time(1)), day(Time(1)),
10, 11, 50);
t_end = datetime(year(Time(1)), month(Time(1)), day(Time(1)),
10, 12, 10)

% Indici temporali
idx = Time >= t_start & Time <= t_end;

% Evidenzia zona nel grafico
xline(t_start, 'r--', 'LineWidth', 2);
xline(t_end, 'r--', 'LineWidth', 2);

%% -----
% CALCOLO DEL VALORE MEDIO DELLA DEFORMAZIONE
% -----
mean_values = mean(signal(idx, 1:7), 1);

%% -----
% STAMPA DEI RISULTATI
% -----
fprintf('\n=====\\n');
fprintf('Valori medi nella zona cerchiata:\\n');
fprintf('=====\\n');

for ch = 1:7
fprintf('CH %d = %.2f microstrain\\n', ch-1, mean_values(ch));
end

fprintf('=====\\n');

```

Modellazione della struttura reale con il vincolo di cerniera nel nodo 2

In questa ultima parte dell'analisi, viene esaminata la stessa configurazione strutturale descritta nella sezione precedente, introducendo però una **modifica nei vincoli interni**, mediante inserimento di un vincolo di cerniera nel nodo 2. Non si procede, quindi, alla costruzione di un nuovo modello in Abaqus/CAE, ma si opera su quello creato nella precedente parte di tale report, apportando una singola variazione all'interno del modulo *Interaction*.

La **modifica** riguarda il **vincolo** di *coupling* che connette il punto *master* (rappresentato dal *reference point* associato al bullone centrale) ai punti *slave*, posizionati come *reference point* alle estremità delle travi. La configurazione precedente, infatti, prevedeva un accoppiamento rigido (ovvero un incastro), che garantiva una completa trasmissione sia delle traslazioni che delle rotazioni. Per simulare correttamente il comportamento di una cerniera, il vincolo viene riformulato imponendo l'azzeramento delle traslazioni nelle due direzioni del piano e lasciando libera la rotazione rispetto all'asse ortogonale (in questo caso l'asse *z*): ciò permette infatti di riuscire a simulare le caratteristiche fisiche di una cerniera reale.

Completata la modifica, si procede alla **definizione di un nuovo Job** e all'avvio della simulazione. Vengono, quindi, riportati e analizzati i risultati ottenuti.

Analisi dei risultati

L'analisi si concentra sugli effetti che la modifica del vincolo nel nodo 2 ha generato sulla deformata e sulla distribuzione degli sforzi, effettuando un confronto con i risultati ottenuti nella configurazione analizzata nella precedente parte di tale report.

Analisi della deformata

La deformata ottenuta (riportata in Figura 45, con fattore di amplificazione pari a 100 e sovrapposta alla geometria iniziale), mostra un **comportamento complessivo simile** a quello osservato nella parte 3 del report, ma con alcune differenze significative dovute alla libertà di rotazione del nodo 2.

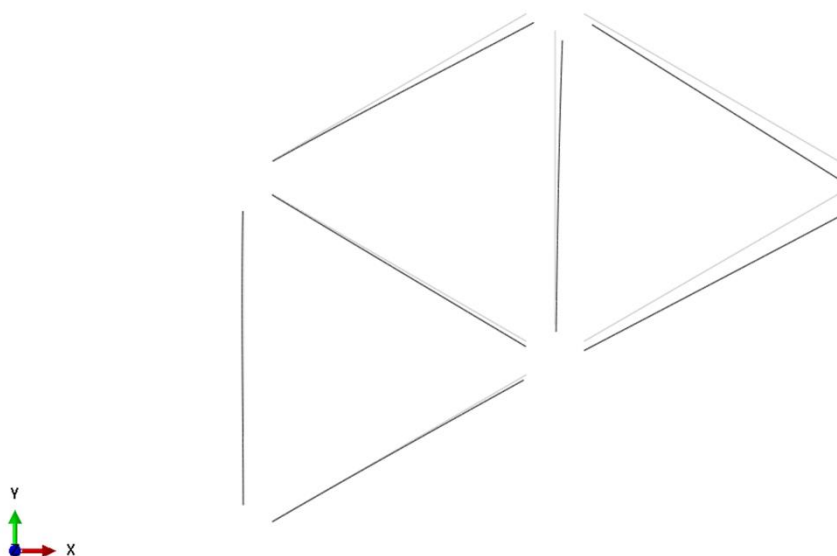


Figura 41

Nel modello incastrato il nodo 2 rimaneva sostanzialmente rigido, mentre in Figura 45 è presente una **rotazione** leggermente **più marcata** dovuta all'introduzione della cerniera: le travi risultano, quindi, più libere di ruotare tra loro.

Analisi delle reazioni vincolari

L'introduzione della cerniera non modifica l'equilibrio globale della struttura, che, quindi, rimane isostatica. Ciò è coerente con la validazione analitica svolta nella parte 1, in quanto l'unica variazione riguarda la capacità del nodo 2 di trasmettere il momento interno tra le travi collegate, che non influisce sulle equazioni di equilibrio, le quali dipendono dal carico **P** applicato e dalla geometria generale della struttura. In Figura 6 sono riportate le reazioni vincolari lungo l'asse **x**, mentre in Figura 7, vi sono quelle lungo l'asse **y**, che rimangono comunque invariate rispetto ai casi precedenti.

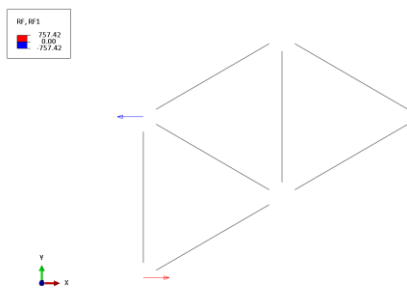


Figura 46

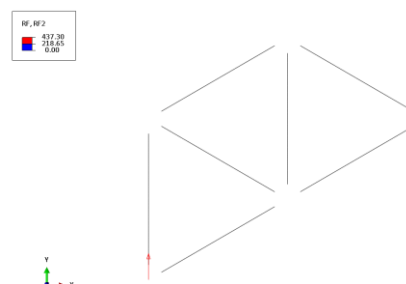


Figura 47

Analisi delle componenti di sforzo

La distribuzione dello sforzo **S11**, riportata in Figura 42, mostra invece significative differenze rispetto a quanto osservato in Figura 39.

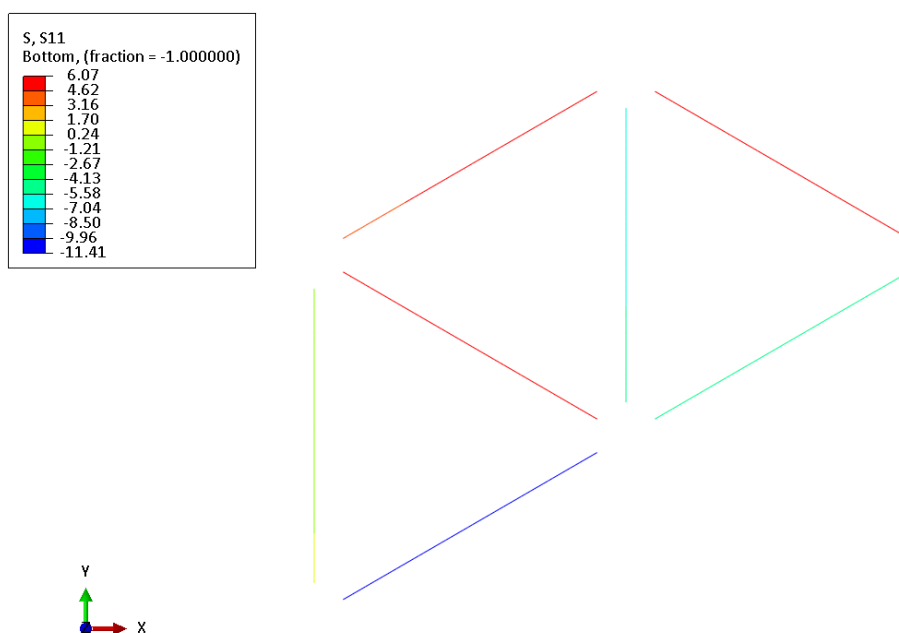


Figura 42

Le differenze principali rispetto al modello presentato nella parte 3 sono le seguenti:

1. riduzione del picco dello sforzo alle estremità delle singole travi, che risulta quindi essere leggermente più attenuato, con una distribuzione complessiva maggiormente regolare (a parità, ovviamente, di elementi finiti utilizzati per effettuare l'analisi);
2. lo sforzo presente sull'asta A è minore, avvicinandosi alla condizione di asta "quasi scarica".

Conclusioni

L'analisi di questa seconda modellazione della struttura reale mostra un **comportamento leggermente diverso** rispetto alla simulazione con tutte le travi incastrate ai nodi. I risultati numerici, infatti, evidenziano una **deformata leggermente più continua**, confermando la presenza dei massimi momenti flettenti in corrispondenza dell'asta inferiore inclinata.

La perfetta coerenza delle reazioni vincolari con il caso precedente dimostra che, nonostante sia stato cambiato un vincolo interno, l'equilibrio globale rimane invariato e, quindi, riconducibile alla configurazione isostatica reale.

La distribuzione dello sforzo, infine, evidenzia gradienti di tensione lungo le aste con picchi localizzati alle estremità dovuti ai momenti flettenti.

Confronto con i dati sperimentali

In questa ultima fase del report, viene svolta, come già eseguito per il caso studio precedente (struttura con tutte le travi incastrate ai nodi) una **comparazione tra le misure sperimentali** ottenute mediante gli estensimetri e i **risultati** forniti dall'**analisi numerica** condotta con il metodo degli elementi finiti. A questo scopo, la prova eseguita in laboratorio viene ricostruita in ambiente **Abaqus/CAE**, modellando la struttura con condizioni di vincolo coerenti con la configurazione sperimentale in esame.

Tale confronto consente, anche in questo caso, di valutare l'affidabilità del modello numerico e di analizzare il grado di accuratezza con cui esso riesce a descrivere il comportamento meccanico effettivo della struttura sottoposta a carico.

Visualizzazione e raccolta dei dati sperimentali

Analogamente al caso precedente, le deformazioni della struttura reale sono state rilevate sperimentalmente sempre mediante i sette estensimetri installati nelle posizioni indicate in Figura 15. L'elaborazione dei dati acquisiti consente di ottenere l'andamento temporale della deformazione, rappresentato nel grafico riportato in Figura 43. Dall'analisi di tale andamento è possibile osservare che il carico massimo applicato alla struttura è stato raggiunto sempre attraverso una sequenza di quattro incrementi di campioni di successivi, fino al valore finale di **400 N**.

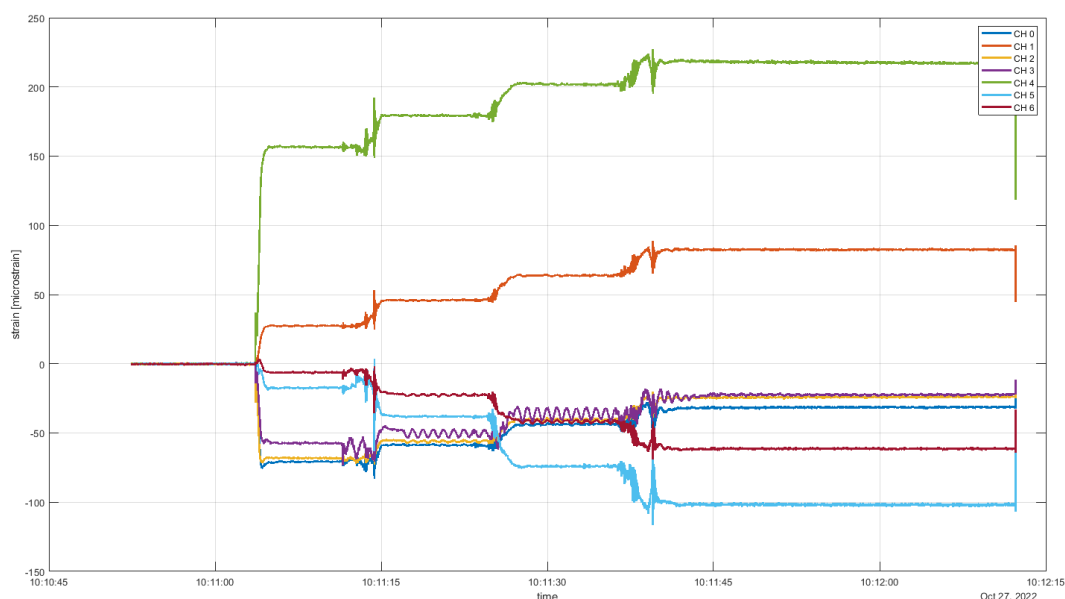


Figura 43

Si nota che, dopo ciascun aumento di massa, i segnali mostrano una **rapida fase di assestamento** seguita da un andamento quasi costante, che identifica una condizione di stabilità: alcuni canali registrano deformazioni positive, associabili a zone della struttura soggette a trazione, mentre altri presentano valori negativi, indicativi di stati di compressione.

Una delle differenze principali rispetto all'esperimento con tutte le travi incastrate ai nodi è l'estrazione dei dati dalle misurazioni degli estensimetri. È stata utilizzata una procedura volta a **isolare esclusivamente le porzioni di segnale** effettivamente **rappresentative** del **comportamento della struttura** in **condizioni di carico stabile**: in primo luogo, vengono scartati i dati iniziali relativi

all'applicazione del primo incremento di carico, in quanto caratterizzati da un transitorio di assestamento della struttura; successivamente, viene individuato un intervallo temporale successivo all'applicazione del **secondo carico**, pari a 200 N, all'interno del quale la deformazione risulta pressoché costante e viene calcolato il **valore medio della deformazione** (in corrispondenza di tale intervallo), indicato come D_2 .

Analogamente, viene selezionata una **seconda finestra temporale** successiva all'applicazione dell'ultimo incremento di carico, che corrisponde ad un peso di 400 N, dalla quale si ricava il valore medio D_4 . Analogamente all'esperimento precedente, la scelta di utilizzare valori medi è volta a ridurre l'influenza del rumore sperimentale ottenendo un singolo valore per lo stato di deformazione in quelle determinate condizioni.

Infine, la **deformazione reale** (che viene utilizzata per il confronto finale) si calcola **combinando i due valori** secondo la relazione $D_{tot} = 2(D_4 - D_2)$; tale procedura viene ripetuta in corrispondenza di ogni singolo canale, permettendo di valutare in modo più accurato l'effettiva risposta strutturale al carico applicato.

Per eseguire questo procedimento, si è realizzato un apposito codice in ambiente **Matlab**. La prima parte di esso è analoga allo *script* utilizzato per l'apertura, il filtraggio (con un filtro passa-basso alla frequenza di 5 Hz) e la visualizzazione dei dati dell'esperimento precedente.

La parte successiva del codice prevede l'individuazione dei due intervalli temporali corrispondenti alle condizioni di carico stazionario: uno successivo all'applicazione del secondo incremento di carico (200 N) e uno relativo alla fase finale della prova, a carico massimo (400 N). All'interno di ciascun intervallo viene calcolato il valore medio della deformazione per ogni canale, ottenendo così i valori di D_2 e D_4 cercati. Infine, la deformazione totale viene determinata combinando i due valori medi secondo la relazione precedentemente definita e i risultati finali vengono stampati a video per ciascun canale di misura. Tali risultati sono stati riportati in Tabella 6.

Tabella 6

Estensimetro	Deformazione D_2 [$\mu\epsilon$]	Deformazione D_4 [$\mu\epsilon$]	Deformazione reale D_{tot} [$\mu\epsilon$]
Estensimetro 0	-64.23	-31.44	65.58
Estensimetro 1	37.99	82.47	88.96
Estensimetro 2	-61.53	-24.04	74.99
Estensimetro 3	-54.17	-22.40	63.54
Estensimetro 4	169.17	217.48	96.63
Estensimetro 5	-27.61	-101.85	-148.49
Estensimetro 6	-15.14	-61.34	-92.41

Realizzazione del modello agli elementi finiti e raccolta dei dati

Si fa uso dello **stesso modello numerico** già creato in Abaqus/CAE per l'esperimento nella fase precedente, introducendo soltanto la **variazione nella condizione di vincolo** in corrispondenza del nodo 2. Viene, infatti, implementato un collegamento di tipo cerniera semplicemente agendo sul vincolo di *coupling* tra il *reference point* nel nodo 2 e gli estremi delle travi ad esso connessi, lasciando libera la rotazione attorno all'asse perpendicolare al piano (ovvero l'asse z). In questo modo il modello è in grado di simulare correttamente un collegamento che trasferisce forze ma non momenti flettenti, in accordo con il comportamento fisico atteso di una cerniera reale.

L'analisi dei dati, effettuata nelle medesime condizioni dell'esperimento precedente, porta ai valori di deformazione riportati in Tabella 7.

Tabella 7

Estensimetro	Deformazione numerica [$\mu\epsilon$]
Estensimetro 0	74,78
Estensimetro 1	72,78
Estensimetro 2	74,82
Estensimetro 3	75,11
Estensimetro 4	86,86
Estensimetro 5	-139,64
Estensimetro 6	-73,39

Confronto tra i dati

Dall'analisi dei risultati emerge che l'andamento generale delle **deformazioni** risulta **coerente** in termini di segno tra modello numerico ed esperimento tra i diversi punti di misura. Gli estensimetri collocati in zone soggette a trazione mostrano, infatti, valori di deformazione positiva, mentre quelli posizionati in aree prevalentemente compresse registrano valori negativi, in accordo con il comportamento meccanico atteso della struttura.

Le **differenze tra i valori numerici e quelli sperimentali** risultano variabili a seconda della posizione dell'estensimetro. In alcuni casi lo scostamento è contenuto, mentre, in altri punti, le discrepanze risultano più marcate. Dal punto di vista della modellazione agli elementi finiti, le differenze tra i dati possono essere influenzate dalla semplificazione geometrica del modello, dall'idealizzazione dei vincoli e dall'ipotesi di comportamento lineare del materiale. Dal punto di vista dell'esperimento reale, le possibili discrepanze possono essere dovute al reale posizionamento degli estensimetri e alle incertezze nella misura sperimentale: anche se l'acquisizione viene effettuata con strumentazione professionale, l'incertezza di misura non è mai eliminabile e aumenta soprattutto nel caso in cui si debbano misurare di piccole variazioni, come quelle della resistenza.

Nel complesso il **confronto** può ritenersi **soddisfacente**, pur presentando differenze locali che richiedono un'interpretazione critica dei risultati.

Script Matlab utilizzato per l'estrapolazione dei dati sperimentali

Si riporta lo *script* utilizzato all'interno del software Matlab per l'estrapolazione dei dati sperimentali utili a partire dalla lettura dei segnali in uscita dai singoli estensimetri.

```
clear variables
close all
clc

%% -----
% APERTURA DEL FILE CON I DATI DELLE DEFORMAZIONI
% -----
[file_name, folder, FILTERINDEX] = uigetfile('.lvm',
'Select the LabVIEW data file');

%% -----
% CARICAMENTO DEI DATI
% -----
baseline = false; [Time, signal, f] =
LoadTimeHistory(folder, file_name, baseline);

%% ----- %
FILTRAGGIO DEL SEGNALE
% -----
for ii=1:8
    signal(:,ii) = lowpass(signal(:,ii), 5, f);
end

%% -----
% VISUALIZZAZIONE GRAFICA DEI DATI PER OGNI CANALE
% -----
figure
plot(Time, signal(:,1), 'linewidth', 2);
hold on
plot(Time, signal(:,2), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,3), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,4), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,5), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,6), 'linewidth', 2);
plot(Time, signal(:,7), 'linewidth', 2);
% plot(Time, signal(:,8), 'linewidth', 2); % Data
related to the extra beam with reduced section that can
be substituted to one of the others
grid on
xlabel('time')
ylabel('strain [microstrain]')
```

```

legend('CH 0', 'CH 1', 'CH 2', 'CH 3', 'CH 4', 'CH 5',
'CH 6') % if necessary insert ", 'CH 7'" and Uncomment
line 37

% save the data
% save_path = ['Processed_data\' file_name(1:end-4)
'.mat'];
% save(save_path, 'signal');

%% -----
% IDENTIFICAZIONE DELLE ZONE STAZIONARIE
% -----
t_D2_start =
datetime(year(Time(1)),month(Time(1)),day(Time(1)),10,1
1,10);
t_D2_end =
datetime(year(Time(1)),month(Time(1)),day(Time(1)),10,1
1,20); 12/12/25 10.10 Y:\MATLAB\Plot_strain_CERNIERE.m
2 of 2 t_D4_start =
datetime(year(Time(1)),month(Time(1)),day(Time(1)),10,1
1,50); t_D4_end =
datetime(year(Time(1)),month(Time(1)),day(Time(1)),10,1
2,10);

% Indici temporali
idx_D2 = Time >= t_D2_start & Time <= t_D2_end;
idx_D4 = Time >= t_D4_start & Time <= t_D4_end;

%% -----
% CALCOLO D2, D4 E D_tot PER OGNI CANALE
% -----

D2 = zeros(1,7);
D4 = zeros(1,7);
Dtot = zeros(1,7);

for ch = 1:7
    D2(ch) = mean(signal(idx_D2, ch));
    D4(ch) = mean(signal(idx_D4, ch));
    Dtot(ch) = (D4(ch) - D2(ch)) * 2;
end

%% -----
% STAMPA DEI RISULTATI
% -----
fprintf('\n=====
\n');
fprintf('Risultati Elaborazione Deformazioni:\n');
fprintf('=====
\n');

for ch = 1:7

```

```

fprintf('CH %d | D2 = %7.2f  $\mu\epsilon$  | D4 = %7.2f  $\mu\epsilon$  | D_tot
= %7.2f  $\mu\epsilon$ \n', ... ch-1, D2(ch), D4(ch), Dtot(ch));
end

fprintf('=====\n');

```

Conclusione

L'intero percorso analitico e numerico svolto mostra come la struttura in esame mantenga un **comportamento globalmente coerente** in **tutte le configurazioni modellate**, ma evidenzia differenze apprezzabili nella distribuzione interna degli sforzi e nella deformata all'aumentare del livello di dettaglio.

Nel primo caso, la struttura semplificata con elementi *truss* ha permesso di validare il comportamento isostatico e di ottenere valori di sforzo uniformi sulle aste: ciò ha consentito di avere una base solida da cui partire per le fasi successive, mostrando, in via generale, quali sono le aste maggiormente sollecitate e quali, invece, non partecipano al trasferimento del carico.

Nel secondo caso, la modellazione con il metodo agli elementi finiti con travi di tipo *beam* incastrate ai nodi ha introdotto gli effetti del reale comportamento della struttura: la deformata è risultata più continua e si è potuto analizzare il gradiente di sforzo generato dai momenti flettenti. Si sono, quindi, potuti analizzare fenomeni strutturali del tutto assenti nel modello precedente, aumentando, quindi, il grado di precisione e complessità dell'analisi.

Il terzo caso, con l'introduzione del vincolo di cerniera nel nodo 2 (che nel sistema reale si ottiene semplicemente svitando i bulloni della piastra in corrispondenza di tale nodo), ha mostrato come una modifica locale dei vincoli interni influisca sulla distribuzione degli sforzi e sulla rotazione dei nodi, senza alterare l'equilibrio complessivo della struttura. La deformata risulta più libera e i picchi tensionali vengono attenuati, confermando il ruolo della trasmissione dei momenti nel determinare la risposta locale.

La descrizione sempre più accurata delle rigidità e delle connessioni porta a una **rappresentazione progressivamente più realistica** della deformata e degli sforzi interni. Il modello agli elementi finiti, inoltre, ha consentito di cogliere **effetti dettagliati**, soprattutto nella deformata, che i modelli semplificati non permettono di evidenziare così accuratamente. Ciò conferma l'importanza dell'utilizzare una rappresentazione il più possibile coerente per descrivere il comportamento di strutture reali.