



POLITECNICO
MILANO 1863

REPORT 2

MENSOLA CON INTAGLI

Corso di Progettazione Assistita dal Calcolatore
Anno Accademico 2025/2026
Prof. Martulli Luca Michele

Autori

Nicolò Mazzola (matricola 237925; codice persona: 10909768)
Federico Tarantino (matricola: 209699; codice persona: 10903707)

Indice

Introduzione.....	3
Determinazione teorica e sperimentale del fattore di intaglio.....	5
Forza peso generata dalla massa	5
Reazioni vincolari a terra.....	5
Azioni interne	5
Sforzi nominali nelle sezioni di interesse	6
Determinazione del Modulo di Young del materiale	7
Sforzi massimi nelle sezioni di interesse	7
Fattore d'intaglio sperimentale	8
Fattore d'intaglio teorico	8
Confronto tra i valori di fattori di intaglio sperimentale e teorico	10
Determinazione del fattore di intaglio tramite l'analisi a elementi finiti.....	12
Creazione della Geometria.....	12
Definizione del materiale e della sezione	12
Assemblaggio	12
Interazioni	12
Definizione dei passi di analisi (o Steps)	12
Condizioni al contorno e carichi.....	13
Discretizzazione.....	13
Analisi dei risultati	18
Calcolo del Fattore di Intaglio	22
Confronto tra i valori di Fattore di Intaglio	22
Conclusione.....	24
Bibliografia	25

Introduzione

L’oggetto analizzato è una **mensola** realizzata in lega di alluminio, fissata tramite incastro all’estremità sinistra e sottoposta a un carico concentrato all’estremità opposta. La struttura presenta una serie di **variazioni geometriche** lungo la sua lunghezza: per questo, l’elemento presenta restringimenti, cambi di sezione e raggi di raccordo, tutti fattori in grado di influenzare la distribuzione degli sforzi. Le informazioni geometriche e dimensionali relative alla mensola sono riportate in Figura 1.

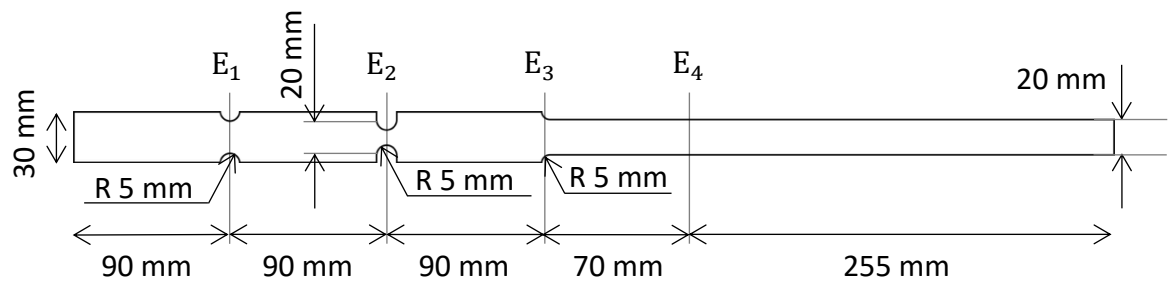


Figura 1

Le dimensioni relative alle sezioni E_1 , E_3 ed E_4 sono riportate in Figura 2, mentre quelle relative alla sezione E_2 si trovano in Figura 3.

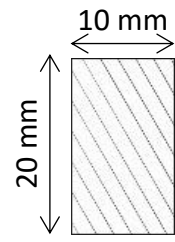


Figura 2

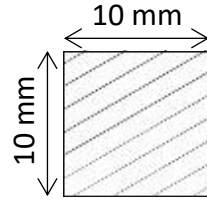


Figura 3

I valori dimensionali della mensola — riportati in Tabella 1 — definiscono una geometria non costante, caratterizzata da sezioni con differenti altezze e spessori e da **tre intagli principali**.

Tabella 1

Riferimento	Valore della lunghezza	Unità di misura
Distanza “a”	90	mm
Distanza “b”	90	mm
Distanza “c”	95	mm
Distanza “d”	70	mm
Distanza “e”	255	mm
Lunghezza totale mensola	600	mm
Spessore della sezione	10	mm
Altezza sezione incastrata	30	mm
Altezza sezione caricata	20	mm
Raggio intaglio sezione E_1	5	mm
Raggio intaglio sezione E_2	5	mm
Raggio intaglio sezione E_3	5	mm

La nostra attenzione si focalizza sulle sezioni denominate E_1 , E_2 , E_3 ed E_4 , posizioni nelle quali sono stati collocati estensimetri per registrare, durante la prova sperimentale, le deformazioni locali. Il posizionamento degli estensimetri e il loro montaggio sono visibili in Figura 4 e Figura 5. Durante la misurazione con gli estensimetri, sono stati quindi registrati i valori di deformazione riportati in Tabella 2.

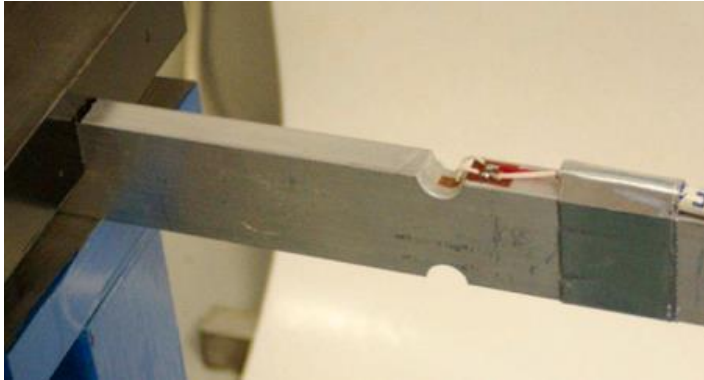


Figura 4

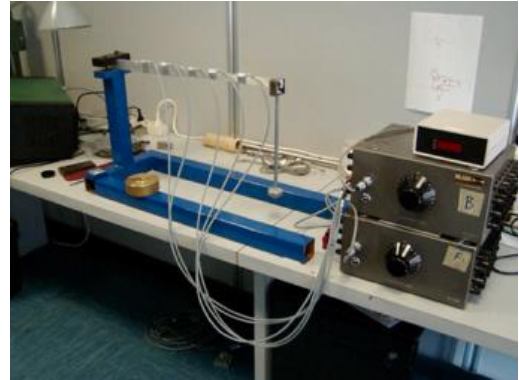


Figura 5

Tabella 2

Sezione E_1	Sezione E_2	Sezione E_3	Sezione E_4
$\varepsilon_1 = 411 \mu\varepsilon$	$\varepsilon_2 = 1056 \mu\varepsilon$	$\varepsilon_3 = 218 \mu\varepsilon$	$\varepsilon_4 = 116 \mu\varepsilon$

L'obiettivo generale dell'analisi è quello di **determinare il fattore d'intaglio** nelle sezioni in cui sono presenti discontinuità geometriche (E_1 , E_2 ed E_3). Questo parametro è di fondamentale importanza, in quanto consente di valutare la sensibilità di un componente ad un incremento degli sforzi in una determinata sezione in cui è presente una discontinuità geometrica, che può essere causa di rotture o cedimenti prematuri.

Determinazione teorica e sperimentale del fattore di intaglio

La prima parte dell'analisi si concentra sulla determinazione delle grandezze meccaniche fondamentali agenti sulla mensola. A partire dal carico applicato — corrispondente alla forza peso della massa sospesa — si risale ai valori delle reazioni vincolari e, successivamente, delle azioni interne. Questa procedura consente di ottenere il comportamento strutturale nominale, cioè privo degli effetti di concentrazione degli sforzi.

L'analisi teorica è indispensabile per definire un confronto diretto con i risultati sperimentali, perché permette di isolare il contributo dell'intaglio rispetto allo stato tensionale "ideale" della sezione liscia.

Forza peso generata dalla massa

Il valore della forza peso P generata dalla massa m esercitata sull'estremità libera della mensola viene trovata nell'equazione (1).

$$P = mg = 19,62 \text{ N} \quad (1)$$

Reazioni vincolari a terra

Si inizia effettuando un'analisi cinematica della struttura, mediante il calcolo delle reazioni vincolari generate dall'incastro a terra.

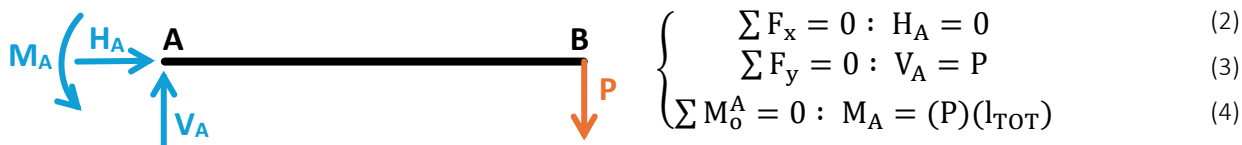


Figura 6

Si ottengono, quindi, i seguenti valori di reazioni vincolari esercitate dall'incastro (riportate in Figura 6):

$$H_A = 0 ; H_A = 19,62 \text{ N} ; M_A = 11,72 \text{ Nm} \quad (5)$$

Azioni interne

Segue un'analisi delle azioni interne alla mensola, necessarie per il calcolo degli sforzi:

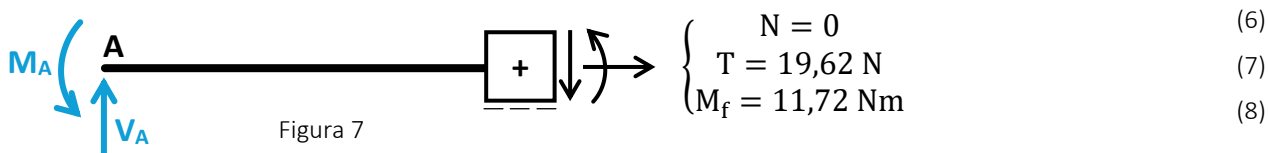


Figura 7

In Figura 8 si riportano i diagrammi di azione assiale, taglio e momento flettente.

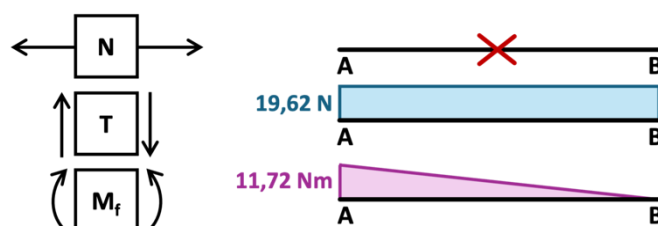


Figura 8

Si effettua anche il calcolo del valore del momento flettente in corrispondenza delle quattro sezioni di nostro interesse E_1 , E_2 , E_3 ed E_4 :

- Momento flettente in corrispondenza della sezione E_1 :

$$M_{f,E1} = (P)(b + c + d + e) = 10,01 \text{ Nm} \quad (9)$$

- Momento flettente in corrispondenza della sezione E_2 :

$$M_{f,E2} = (P)(c + d + e) = 8,24 \text{ Nm} \quad (10)$$

- Momento flettente in corrispondenza della sezione E_3 :

$$M_{f,E3} = (P)(d + e) = 6,37 \text{ Nm} \quad (11)$$

- Momento flettente in corrispondenza della sezione E_4 :

$$M_{f,E4} = (P)(e) = 5,00 \text{ Nm} \quad (12)$$

Sforzi nominali nelle sezioni di interesse

Gli sforzi nominali sono calcolati considerando ciascuna sezione come se fosse perfettamente regolare, cioè senza tenere conto di variazioni di geometria, intagli o cambi di sezione.

Si procede a calcolare gli sforzi nominali agenti sulle sezioni E_1 , E_2 , E_3 ed E_4 , mediante la formula generale:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{(M_{fl})(y)}{I} \quad (13)$$

Sforzo nominale in corrispondenza della sezione E_1 :

$$\sigma_{\text{nom},E1} = \frac{(M_{fl,E1})(y_{E1})}{I_{E1}} = 15,01 \text{ MPa} \quad (14)$$

- $y_{E1} = \frac{h_{E1}}{2} = 10 \text{ mm}$ (15)

- $I_{E1} = \frac{(b_{E1})(h_{E1})^3}{12} = 6666,67 \text{ mm}^4$ (16)

Sforzo nominale in corrispondenza della sezione E_2 :

$$\sigma_{\text{nom},E2} = \frac{(M_{fl,E2})(y_{E2})}{I_{E2}} = 49,44 \text{ MPa} \quad (17)$$

- $y_{E2} = \frac{h_{E2}}{2} = 5 \text{ mm}$ (18)

- $I_{E2} = \frac{(b_{E2})(h_{E2})^3}{12} = 833,33 \text{ mm}^4$ (19)

Sforzo nominale in corrispondenza della sezione E_3 :

$$\sigma_{\text{nom},E3} = \frac{(M_{fl,E3})(y_{E3})}{I_{E3}} = 9,56 \text{ MPa} \quad (20)$$

- $y_{E3} = \frac{h_{E3}}{2} = 10 \text{ mm}$ (21)

- $I_{E3} = \frac{(b_{E3})(h_{E3})^3}{12} = 6666,67 \text{ mm}^4$ (22)

Sforzo nominale in corrispondenza della sezione E_4 :

$$\sigma_{\text{nom},E4} = \frac{(M_{fl,E4})(y_{E4})}{I_{E4}} = 7,50 \text{ MPa} \quad (23)$$

- $y_{E4} = \frac{h_{E4}}{2} = 10 \text{ mm}$ (24)

- $I_{E4} = \frac{(b_{E4})(h_{E4})^3}{12} = 6666,67 \text{ mm}^4.$ (25)

Determinazione del Modulo di Young del materiale

La sezione E_4 , non essendo influenzata da discontinuità geometriche o intagli, viene impiegata come riferimento per la stima del Modulo di Young della lega d'alluminio analizzata: infatti, in quel punto il valore di **sforzo massimo coincide con lo sforzo nominale**. Si sfrutta, quindi, la relazione lineare tra sforzi e deformazioni in campo elastico per effettuare la misura indiretta del modulo elastico.

$$\begin{cases} \sigma_{\text{nom},E4} = \sigma_{\text{max},E4} \\ \sigma_{\text{max},E4} = (E)(\epsilon_4) \end{cases}, \text{ da cui si ricava: } E = \frac{\sigma_{\text{max},E4}}{\epsilon_4} = \mathbf{64695,25 \text{ MPa}}.$$

Come coefficiente di Poisson, invece, si utilizza il valore convenzionale pari a $\nu = \mathbf{0,33}$. Non verrà direttamente impiegato nei calcoli seguenti, ma sarà rilevante durante l'inserimento dei parametri del materiale all'interno del *software* di simulazione FEM.

Sforzi massimi nelle sezioni di interesse

Utilizzando il Modulo di Young ricavato e le deformazioni misurate tramite gli estensimetri posizionati, vengono determinati gli sforzi reali nelle sezioni caratterizzate da intagli. L'interesse principale è verificare quanto tali valori differiscano dagli sforzi nominali, evidenziando la reale amplificazione dovuta alla geometria.

Si procede al calcolo degli sforzi massimi in corrispondenza delle sezioni E_1 , E_2 ed E_3 , sfruttando la relazione che li lega al Modulo di Young e ai singoli valori di deformazione registrati dagli estensimetri durante la fase sperimentale (riportati nella parte introduttiva). Si fa uso, quindi della formula generale:

$$\sigma_{\text{max}} = (E)(\epsilon) \quad (26)$$

1. Sforzo massimo in corrispondenza della sezione E_1 :

$$\sigma_{\text{max},E1} = (E)(\epsilon_1) = 26,58 \text{ MPa} \quad (27)$$

2. Sforzo massimo in corrispondenza della sezione E_2 :

$$\sigma_{\text{max},E2} = (E)(\epsilon_2) = 68,31 \text{ MPa} \quad (28)$$

3. Sforzo massimo in corrispondenza della sezione E_3 :

$$\sigma_{\text{max},E3} = (E)(\epsilon_3) = 14,10 \text{ MPa} \quad (29)$$

Si nota come gli **sforzi reali** risultano **superiori** rispetto a quelli **nominali** proprio a causa della presenza degli intagli: essi, infatti, alterano il flusso delle tensioni e generano fenomeni locali di concentrazione dello sforzo. Più nello specifico, tutte discontinuità geometriche presenti nella mensola in esame sono dei raggi di raccordo che, in E_3 , contribuiscono anche ad una graduale riduzione di sezione: in generale, in prossimità dei raccordi, la geometria curvilinea modifica il modo in cui il carico viene trasmesso attraverso il materiale, generando un effetto di concentrazione locale degli sforzi. Inoltre, poiché con gli estensimetri stiamo misurando la deformazione di un componente reale (che avrà subito un ciclo di lavorazioni), in generale effetti tridimensionali e micro-irregolarità introdotte dai processi produttivi possono contribuire a rendere lo stato tensionale effettivo più complesso rispetto al modello teorico semplificato.

Fattore d'intaglio sperimentale

Il fattore di intaglio sperimentale viene ottenuto come rapporto tra lo sforzo reale (calcolato tramite le deformazioni misurate) e lo sforzo nominale valutato in corrispondenza stessa sezione:

$$K_{t,sperimentale} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} . \quad (30)$$

Tale parametro fornisce direttamente la misura dell'amplificazione degli sforzi dovuta proprio alla presenza dell'intaglio. I valori ottenuti sperimentalmente mostrano differenze tra le varie sezioni, confermando quanto la geometria locale influisca sulla distribuzione delle tensioni. Un dettaglio interessante è che gli intagli più "aperti" o con raggi maggiori tendono a generare un incremento minore rispetto a quelli più stretti, per la nota tendenza delle linee di flusso delle tensioni a concentrarsi nelle zone di minima curvatura.

1. Fattore d'intaglio sperimentale in corrispondenza della sezione E_1 :

$$K_{t,1,sperimentale} = \frac{\sigma_{max,E1}}{\sigma_{nom,E1}} = 1,77 \quad (31)$$

2. Fattore d'intaglio sperimentale in corrispondenza della sezione E_2 :

$$K_{t,2,sperimentale} = \frac{\sigma_{max,E2}}{\sigma_{nom,E2}} = 1,38 \quad (32)$$

3. Fattore d'intaglio sperimentale in corrispondenza della sezione E_3 :

$$K_{t,3,sperimentale} = \frac{\sigma_{max,E3}}{\sigma_{nom,E3}} = 1,47 . \quad (33)$$

Fattore d'intaglio teorico

In questa fase vengono utilizzate le curve e le correlazioni riportate nel "Peterson's Stress Concentration Factors". Ogni sezione viene trattata come un caso geometrico distinto, ricavando i rapporti dimensionali richiesti dalle tabelle e inserendo i valori nelle equazioni o nei diagrammi forniti dal testo.

Fattore d'intaglio sperimentale in corrispondenza della sezione E_1 :

ci si avvale delle formule allegate al diagramma in Figura 9 per una maggiore precisione.

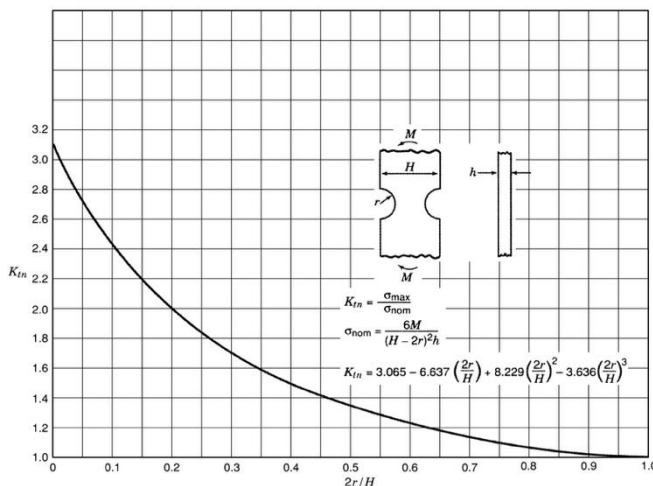


Figura 10

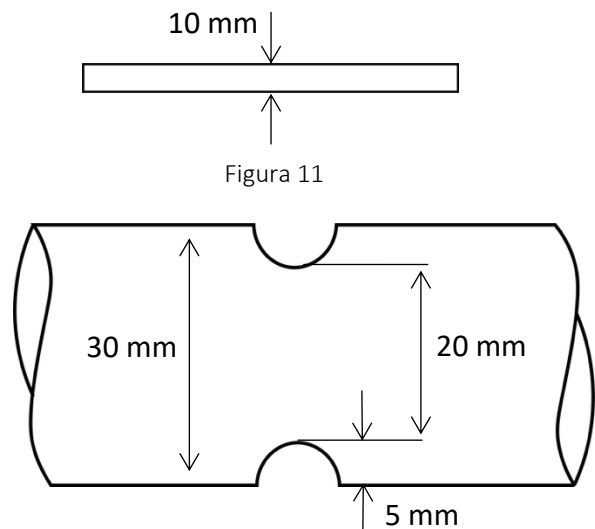


Figura 9

Dai disegni in Figura 11 e **Error! Reference source not found.**, si ricavano, quindi, i seguenti valori da inserire all'interno dell'equazione:

- $r = 5 \text{ mm}$
- $H = 30 \text{ mm}$.

$$K_{t,1,\text{teorico}} = 3,065 - 6,637 \left(\frac{2r}{H} \right) + 2,229 \left(\frac{2r}{H} \right)^2 - 3,636 \left(\frac{2r}{H} \right)^3 = \mathbf{1,63} \quad (34)$$

Fattore d'intaglio sperimentale in corrispondenza della sezione E_2 :

ci si avvale delle formule allegate al diagramma in Figura 14 per una maggiore precisione.

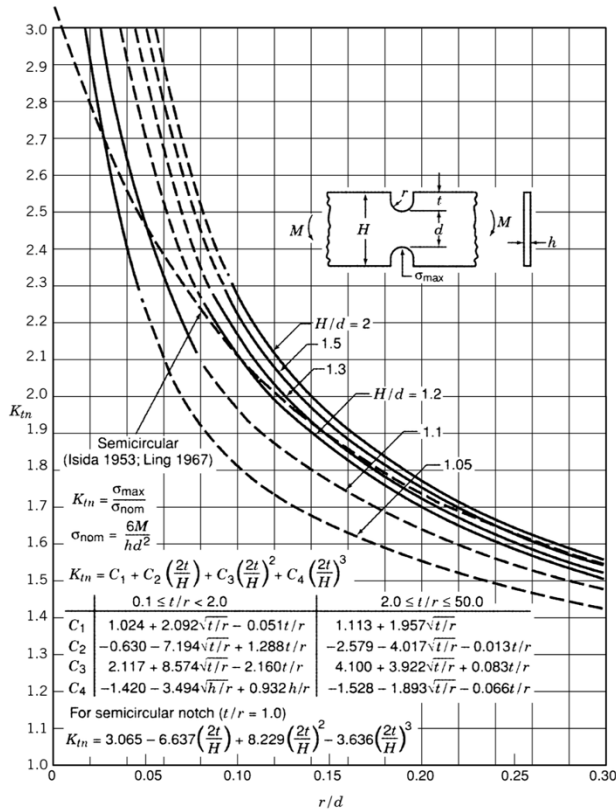


Figura 14

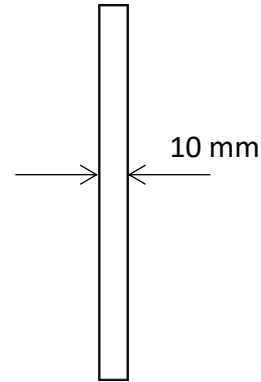


Figura 12

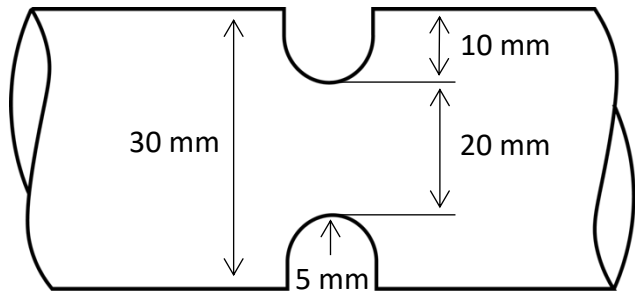


Figura 13

Si ricavano i seguenti valori da sostituire all'interno dell'equazione:

- $t = (5 \text{ mm}) + \left(\left(\frac{30 \text{ mm}}{2} \right) - \left(\frac{20 \text{ mm}}{2} \right) \right) = 10 \text{ mm}$
- $H = 30 \text{ mm}$
- $r = 5 \text{ mm}$

con cui si calcolano i rapporti: $\frac{2t}{H} = 0,66$ e $\frac{t}{r} = 2$.

Poiché il rapporto $\frac{t}{r}$ è uguale a 2, si entra nella seconda colonna della tabella fornita dal grafico in Figura 14 per ricavare i valori dei coefficienti C_1 , C_2 , C_3 e C_4 :

$$C_1 = 1,113 + 1,957 \sqrt{\frac{t}{r}} = 3,88 \quad (35)$$

$$C_2 = -2,579 - 4,017 \sqrt{\frac{t}{r}} - 0,013 \frac{t}{r} = -8,28 \quad (36)$$

$$C_3 = 4,100 + 3,922 \sqrt{\frac{t}{r}} + 0,083 \frac{t}{r} = 9,81 \quad (37)$$

- $C_4 = -1,528 - 1,893 \sqrt{\frac{t}{r}} - 0,066 \frac{t}{r} = -4,33$ (38)

Si sostituiscono i valori appena trovati all'interno dell'equazione fornita dal grafico in Figura 14 per determinare il coefficiente d'intaglio teorico:

$$K_{t,2,teorico} = C_1 + C_2 \left(\frac{2t}{H}\right) + C_3 \left(\frac{2t}{H}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2t}{H}\right)^3 = 1,43 \quad (39)$$

Fattore d'intaglio sperimentale in corrispondenza della sezione E₃:

l'ultimo grafico (in Figura 17) non contiene allegata un'equazione esplicita per il calcolo del coefficiente d'intaglio: si procede quindi a trovare i valori richiesti per identificare la curva corretta e, successivamente, si entra nel grafico per poi leggere il coefficiente di intaglio sull'asse delle ordinate. Si ricavano i dati necessari:

- $H = 30 \text{ mm}$
- $r = 5 \text{ mm}$
- $d = 20 \text{ mm}$

con cui si calcolano i rapporti: $\frac{H}{d} = 1,5$ e $\frac{r}{d} = 0,25$.

Seguendo la curva relativa ai valori appena trovati, si ricava $K_{t,3,teorico} = 1,41$.

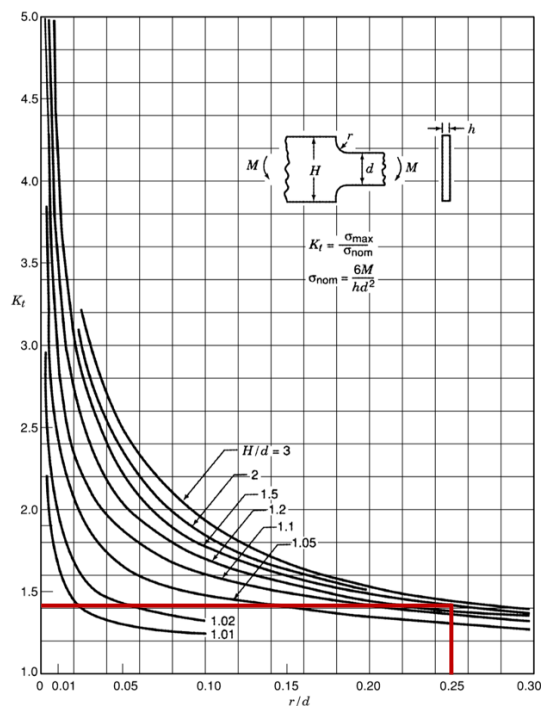


Figura 15

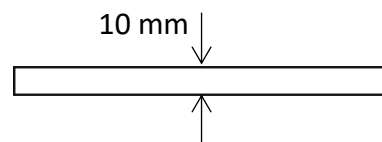


Figura 16

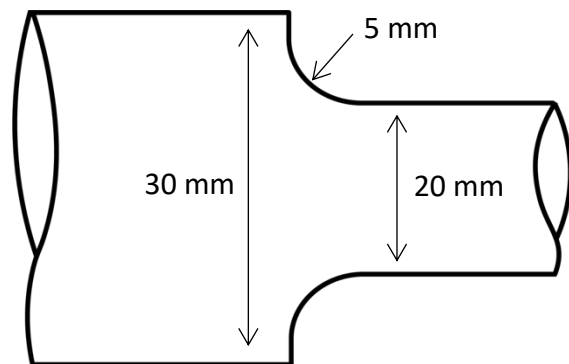


Figura 17

Confronto tra i valori di fattori di intaglio sperimentale e teorico

Si riporta la Tabella 3, riepilogativa dei coefficienti di intaglio ottenuti sia tramite analisi teorica sia mediante prova sperimentale: tale confronto consente di valutare la coerenza tra il modello analitico adottato e il comportamento reale della mensola nelle diverse sezioni analizzate.

Tabella 3

	Fattore d'intaglio sperimentale	Fattore d'intaglio teorico
Sezione E ₁	1,77	1,63
Sezione E ₂	1,38	1,43
Sezione E ₃	1,47	1,41

Si osserva come i **valori teorici e sperimentali risultino confrontabili**, indicando una buona coerenza tra modello e comportamento reale della struttura.

Determinazione del fattore di intaglio tramite l'analisi a elementi finiti

Una volta completata l'analisi analitica e sperimentale, con cui sono stati ricavati i rispettivi valori dei coefficienti di intaglio nelle sezioni E_1 , E_2 ed E_3 , si procede con una **valutazione numerica** mediante analisi agli elementi finiti: tale verifica consente di cogliere con maggiore accuratezza gli effetti della reale geometria della mensola intagliata e di validare i risultati ottenuti nelle fasi precedenti.

Creazione della Geometria

La fase di modellazione ha avuto inizio con la definizione della parte geometrica. È stata selezionata una parte planare 2D, deformabile e di tipo *shell*, con dimensione complessiva pari a **1200 mm**.

Per la costruzione della geometria si è deciso di realizzare inizialmente solo **metà della mensola**, al fine di semplificare le operazioni di disegno e garantire una maggiore precisione nelle quote. Lo *sketch* della semimensola è stato generato utilizzando spezzate e cerchi, successivamente quotati e vincolati in modo appropriato. Una volta completata e verificata la piena definizione dello schizzo, è stato applicato il comando di specchiatura, ottenendo così la geometria completa della mensola.

Definizione del materiale e della sezione

Nel modulo *Property*, è stato definito il **materiale Alluminio**, impostando il Modulo di Young e il coefficiente di Poisson ricavati nella parte 1 del presente report.

Successivamente, è stata creata una sezione di tipo solido omogeneo con uno spessore pari a **10 mm** e tale sezione è stata assegnata all'intera geometria precedentemente modellata.

Assemblaggio

Poiché l'intera geometria è già stata completamente definita nelle fasi di modellazione precedenti, nel modulo *Assembly*, l'unica operazione necessaria consiste nell'istanziare la geometria stessa. Non sono richieste ulteriori configurazioni o operazioni di assemblaggio.

Interazioni

Nel modulo *Interaction* è stato necessario definire i *reference point* utili all'applicazione dei vincoli e dei carichi previsti. In particolare, sono stati introdotti un *reference point* in corrispondenza della mezzeria del segmento sinistro della geometria 2D, al fine di applicare il vincolo di incastro, e un secondo *reference point* in corrispondenza della mezzeria del segmento destro, destinato all'applicazione del carico puntuale P.

Per collegare ciascun *reference point* alla struttura, sono stati utilizzati vincoli di *coupling* di tipo cinematico, secondo un approccio *master-slave*: il *reference point* rappresenta il nodo *master*, mentre la regione nodale associata al segmento della mensola costituisce lo *slave*. Tale configurazione consente di **trasferire sia gli spostamenti sia le rotazioni**, garantendo un vincolo coerente con le condizioni di carico e supporto previste.

Definizione dei passi di analisi (o Steps)

Poiché sull'intera struttura agisce una singola forza puntuale, è stato definito uno **step di analisi di tipo statico**, successivo allo step iniziale generato automaticamente da Abaqus/CAE. In questo nuovo *step*, denominato per semplicità "Carico", verranno propagate le condizioni al contorno e verrà applicata la forza puntuale.

Condizioni al contorno e carichi

L'unica condizione al contorno prevista per il modello è il **vincolo di incastro** applicato al *reference point* posto all'estremità sinistra della mensola. Tale vincolo viene definito nello *step* "Initial" e propagato allo *step* "Carico".

All'interno dello stesso *step* "Carico" viene inoltre applicata la forza puntuale P , precedentemente caratterizzata nella fase di definizione dei carichi.

Discretizzazione

Realizzazione della *mesh*

Il processo di realizzazione della *mesh* è stato eseguito con l'obiettivo di garantire un'**elevata qualità numerica nelle regioni critiche del modello**, in particolare in prossimità delle sezioni analizzate, dove è necessaria un'accurata valutazione degli stati di sforzo. Per l'intera discretizzazione si è privilegiato l'utilizzo di **elementi** di tipo **quadrilatero**, che rappresentano la scelta ottimale in termini di accuratezza e stabilità numerica. Quando la geometria lo consente, tali elementi sono stati impiegati in configurazione **strutturata**, mentre, solo dove non era possibile, sono stati adottati in configurazione **non strutturata**.

Prima della generazione della *mesh*, la struttura è stata opportunamente suddivisa mediante **partizioni** (visibili in Figura 18 Figura 19 Figura 20 e nel complesso in Figura 21) con l'obiettivo di ottenere domini semplicemente connessi, gli unici adatti alla generazione con elementi di tipo quadrilatero (eventualmente anche strutturati nelle zone caratterizzate da geometria più regolare).

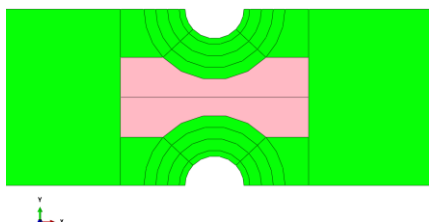


Figura 18

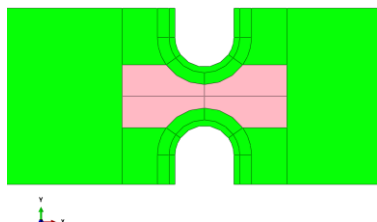


Figura 19

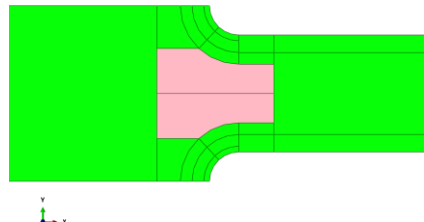


Figura 20

L'impiego di elementi quadrilateri non strutturati (*free*) è stato limitato esclusivamente ad alcune porzioni della mensola caratterizzate da maggiore complessità geometrica e, soprattutto, prive di influenza sui valori di sforzo nelle aree intagliate. Questa scelta ha consentito di facilitare la discretizzazione da parte del software, mantenendo al contempo elevata la qualità globale, poiché tali regioni non influenzano in modo significativo i risultati dell'analisi.

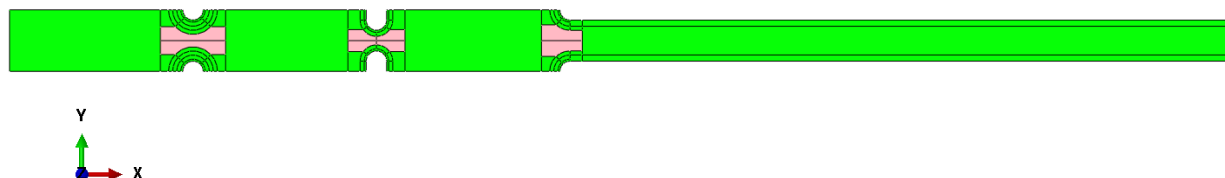


Figura 21

Analisi di convergenza

Una volta definita la strategia generale di discretizzazione e la tipologia di elementi da impiegare, si svolge un'analisi di convergenza della *mesh*, con l'obiettivo di **valutare l'influenza della dimensione dei singoli elementi finiti** e del **metodo di integrazione** sui risultati ottenuti in termini di valori numerici degli sforzi nelle sezioni maggiormente sollecitate.

L'analisi di convergenza è stata condotta considerando come grandezza di riferimento lo sforzo equivalente di Von Mises, estratto lungo il bordo superiore della mensola in corrispondenza delle sezioni E_1 , E_2 ed E_3 .

Per ciascuna sezione analizzata sono state eseguite più simulazioni, variando progressivamente il livello di raffinamento della mesh e il metodo di integrazione e confrontando i risultati ottenuti: in particolare, sono state considerate quattro principali configurazioni di discretizzazione, distinguibili sia per dimensione caratteristica degli elementi (che varia da **2 mm** a **0,5 mm**), sia per tipologia di elementi adottati (lineari e quadratici), sia per modalità di integrazione numerica adottata (integrazione completa e integrazione ridotta).

Nel primo insieme di simulazioni sono stati utilizzati elementi lineari a integrazione ridotta (CPS4R): questa configurazione rappresenta il livello di discretizzazione più grossolano e funge da riferimento iniziale per valutare l'andamento generale della discretizzazione. Dai risultati ottenuti si osserva che le curve di deformazione e di sforzo presentano un andamento complessivamente coerente con la forma attesa, ma caratterizzato da un profilo a gradini piuttosto marcato: ciò è perfettamente conforme alla bassa risoluzione della *mesh*, che limita la capacità degli elementi di catturare correttamente le variazioni locali dello sforzo, soprattutto in prossimità degli intagli.

Successivamente, mantenendo la stessa tipologia di elementi lineari, si è utilizzata una discretizzazione a integrazione completa (CPS4): in questo caso, le curve estratte mostrano una maggiore regolarità e una migliore continuità dello sforzo rispetto alla configurazione precedente, mostrando una riduzione dell'effetto "a gradini".

In una fase successiva dell'analisi, sono stati introdotti elementi quadratici a integrazione ridotta (CPS8R), mantenendo sempre lo stesso intervallo di dimensione degli elementi: si nota che l'impiego di elementi quadratici consente una rappresentazione più accurata del campo di spostamento all'interno di ciascun elemento, grazie alla presenza di nodi intermedi. I risultati ottenuti mostrano curve decisamente più lisce e continue, con un andamento generale dello sforzo più regolare e una migliore definizione dei picchi nelle zone intagliate.

Infine, è stata analizzata la configurazione con elementi quadratici a integrazione completa (CPS8), che rappresenta il livello più elevato possibile di accuratezza: le curve dello sforzo ottenute risultano praticamente sovrapposte a quelle della configurazione precedente, con differenze minime.

Il **confronto generale** è osservabile a livello visivo in Figura 22, che mostra, per ogni configurazione descritta e in corrispondenza di ogni sezione intagliata, l'andamento dello sforzo equivalente di Von Mises rispetto alla coordinata spaziale: si nota come l'incremento del numero degli elementi e il raffinamento progressivo della *mesh* portino a una progressiva stabilizzazione della soluzione, con una riduzione delle differenze tra i risultati ottenuti con il metodo agli elementi finiti e le validazioni analitica e sperimentale effettuate.

Schema riepilogativo analisi di convergenza al variare del tipo di elemento, della sua dimensione e della tipologia di integrazione

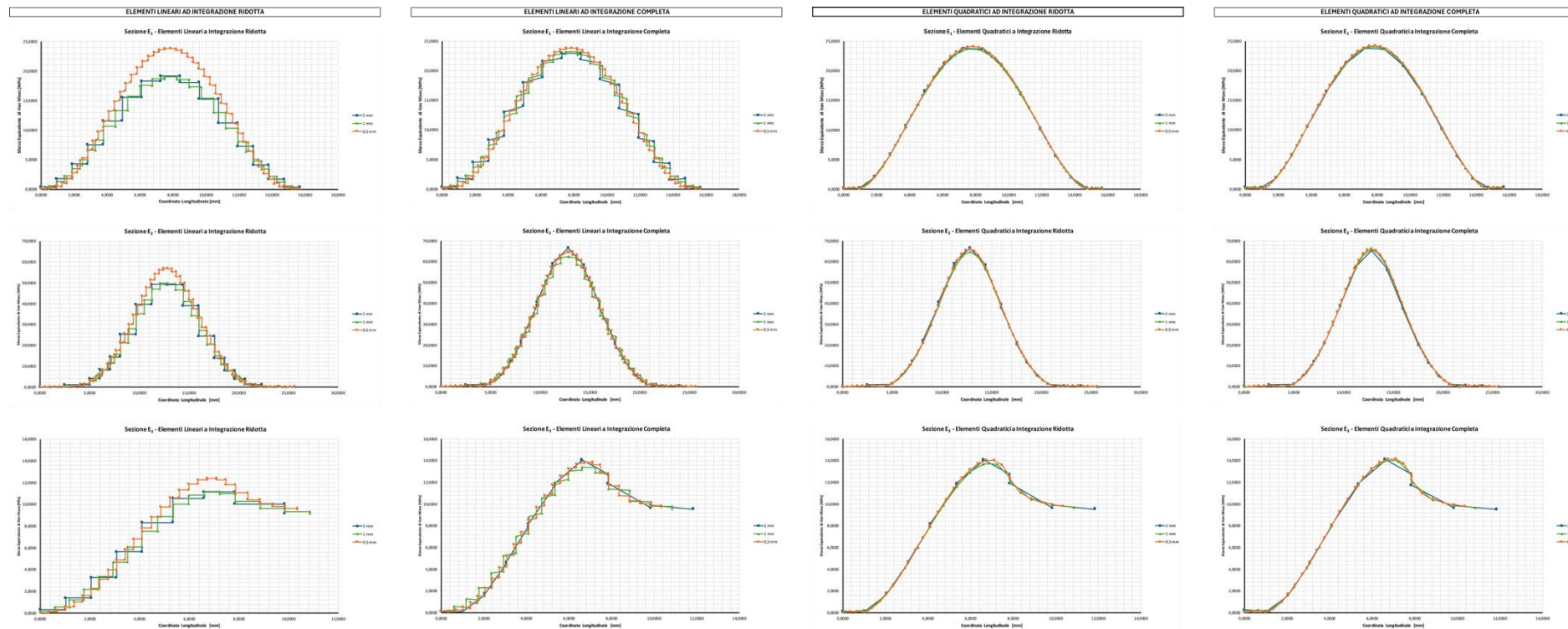


Figura 22

Alla luce dei risultati ottenuti dell'analisi, si è deciso di scegliere una *mesh* con **elementi di tipo quadratico e a integrazione ridotta (CPS8R)**: si effettua, quindi, un'ultima analisi di convergenza su tale configurazione al fine di effettuare la **scelta ottimale della dimensione del singolo elemento finito**. Tale analisi è motivata dalla ricerca di un giusto compromesso tra accuratezza numerica e costo computazionale: è, quindi, necessario dimostrare che non ha senso infittire di più la *mesh* oltre una certa dimensione, in quanto il tempo di calcolo maggiorato non ripaga con una risoluzione numerica più significativa.

A partire dalla *mesh* di riferimento (elementi quadratici a integrazione ridotta: elemento CPS8R), sono state quindi generate più discretizzazioni successive (rieseguendo anche quelle con le dimensioni già effettuate), aumentando la dimensione degli elementi nelle zone di interesse e mantenendo inalterate tutte le altre impostazioni del modello: in questo modo, eventuali variazioni nei valori di sforzo massimo possono essere attribuite esclusivamente all'effetto della discretizzazione spaziale.

Analisi di Convergenza in corrispondenza della sezione E_1

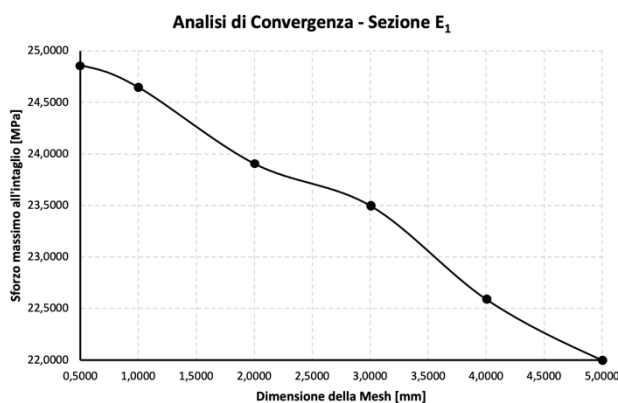


Figura 23

Nella sezione E_1 , come si evince dalla Figura 23, nel passaggio da una *mesh* di 5 mm a 2 mm si ha una variazione dello sforzo di circa 3 MPa, rilevanti su un valore compreso tra i 10 – 15 MPa; riducendo la dimensione degli elementi fino a 0,5 mm, le variazioni si limitano a valori inferiori a 1 MPa. Ciò suggerisce che è raccomandabile utilizzare discretizzazioni leggermente più fini rispetto a 5 o 4 mm che portano ad un livello di dettaglio più confrontabile con il valore teorico atteso.

Analisi di Convergenza in corrispondenza della sezione E_2

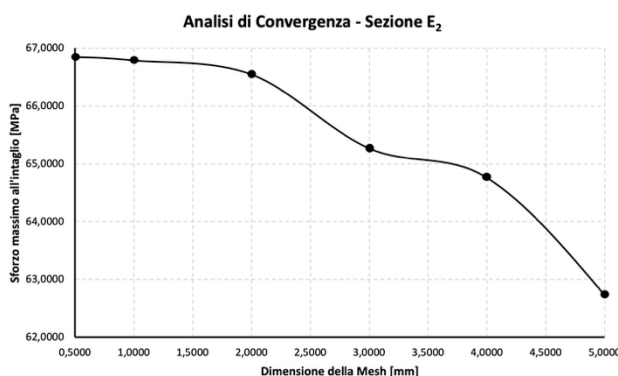


Figura 24

Per la sezione E_2 , il grafico in Figura 24 evidenzia una variazione complessiva dello sforzo di circa 4 MPa passando da una dimensione della *mesh* pari a 5 mm a 0,5 mm. In particolare, la riduzione da 5 mm a 2 mm comporta la parte "più significativa" della variazione, anche se si parla di solo pochi megapascal. Al di sotto di 2 mm, l'ulteriore affinamento della *mesh* produce variazioni inferiori a 1 MPa, risultando poco rilevanti rispetto al valore totale dello sforzo e indicando una buona convergenza.

Analisi di Convergenza in corrispondenza della sezione E₃

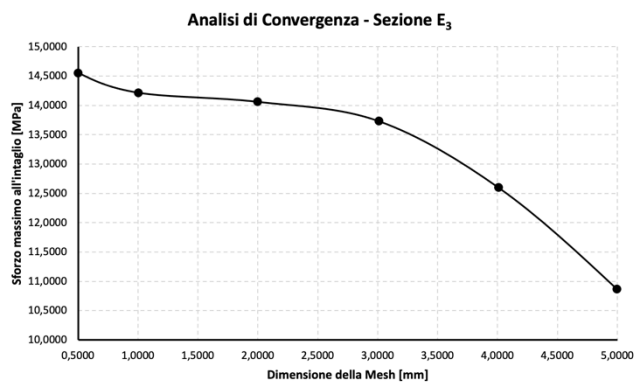


Figura 25

Per la sezione E₁, il grafico riportato in Figura 25 evidenzia come la riduzione della dimensione della *mesh* conduca ad uno stabilizzarsi del valore dello sforzo: in particolare, il passaggio da una dimensione di 5 mm a una di 2 mm comporta una variazione complessiva dello sforzo pari a circa 2 MPa; un ulteriore affinamento della discretizzazione produce variazioni limitate a pochi decimi di megapascal, risultando trascurabili se confrontate con il valore assoluto dello sforzo.

A partire dall'analisi di convergenza appena condotta, è possibile osservare come la riduzione della dimensione della *mesh* comporti inizialmente delle variazioni del valore dello sforzo, in particolare nel passaggio da 5 mm a 2 mm (anche se si parla comunque dell'ordine di pochi megapascal). Al contrario, in tutti i casi, un ulteriore infittimento al di sotto dei 2 mm produce variazioni limitate a pochi decimi di megapascal, risultando trascurabili rispetto ai valori complessivi.

La **mesh da 2 mm** rappresenta pertanto un **buon compromesso tra accuratezza numerica e costo computazionale**: per questo motivo, essa viene adottata in modo uniforme in tutte le **sezioni intagliate** della struttura. Nelle restanti parti del modello, lontane dalle concentrazioni di sforzo dovute alla presenza degli intagli, l'utilizzo di una *mesh* più grossolana non compromette l'accuratezza dei risultati: quindi, si è scelto di adottare una **dimensione** degli elementi finiti da **3 mm** nel **resto della struttura**. Questa scelta consente di ridurre il tempo di calcolo mantenendo inalterata l'affidabilità della soluzione numerica complessiva. In Figura 26, è possibile osservare la discretizzazione dell'intera struttura.

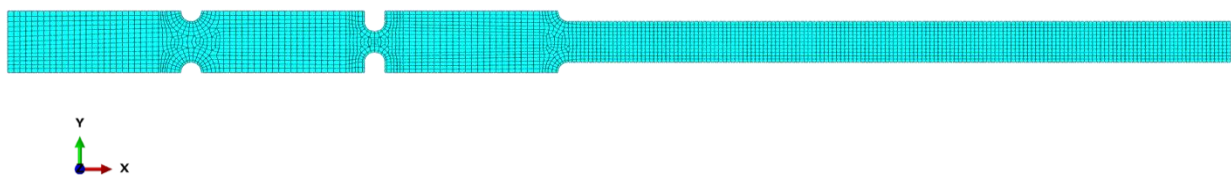


Figura 26

In Figura 27
i dettagli relativi alla *mesh* delle sezioni E₁, E₂ ed E₃.

Figura 28

Figura 29 sono riportati, rispettivamente,

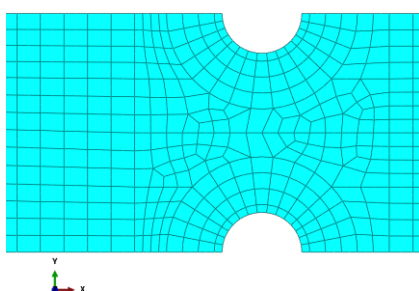


Figura 27

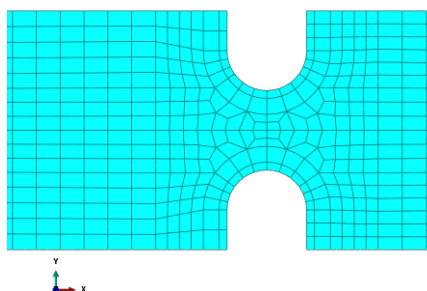


Figura 28

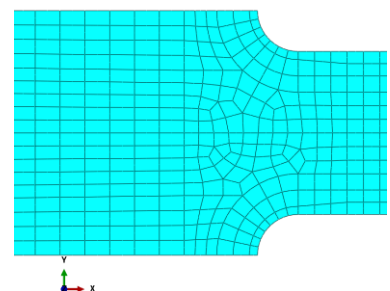


Figura 29

Analisi dei risultati

Si analizzano i risultati ottenuti dalla simulazione prima dal punto di vista generale per l'intera mensola e, successivamente, in modo più specifico in corrispondenza di E_1 , E_2 ed E_3 , discutendo in tutti i casi il comportamento in termini di **sforzi** e **deformazioni**. Successivamente, si utilizza lo sforzo massimo per calcolare ciascun **coefficiente di intaglio** e si effettua un confronto rispetto ai valori teorici e sperimentale precedentemente discussi.

Le mappe dello sforzo equivalente di Von Mises mostrate in Figura 30 evidenziano, come previsto, una concentrazione degli sforzi in prossimità delle variazioni di geometria della mensola e dei raggi di raccordo, con dei valori più ridotti (o quasi nulli) nel resto della struttura.

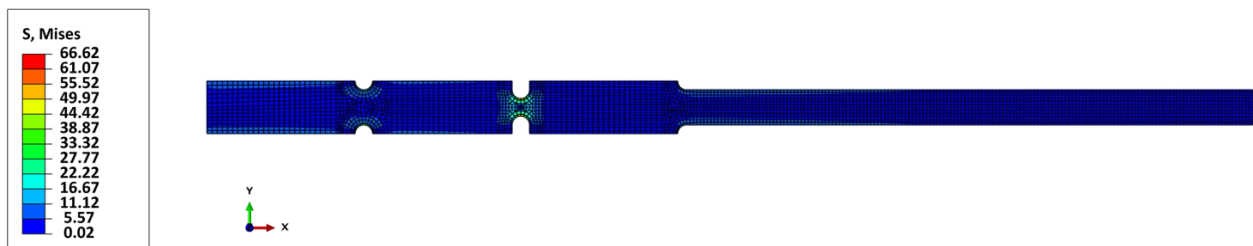


Figura 30

Dal punto di vista deformativo, la nostra attenzione si focalizza principalmente sull'analisi della componente E_{11} , coerente con la direzione di misura degli estensimetri. Come si nota in Figura 31, in condizioni di flessione, la parte superiore della mensola (quella estensimetrata) si trova sollecitata a trazione, mentre la parte inferiore è soggetta a compressione. Le deformazioni, coerenti con i risultati sperimentali, hanno dei picchi in prossimità degli intagli, dove la variazione di geometria modifica localmente le tensioni.

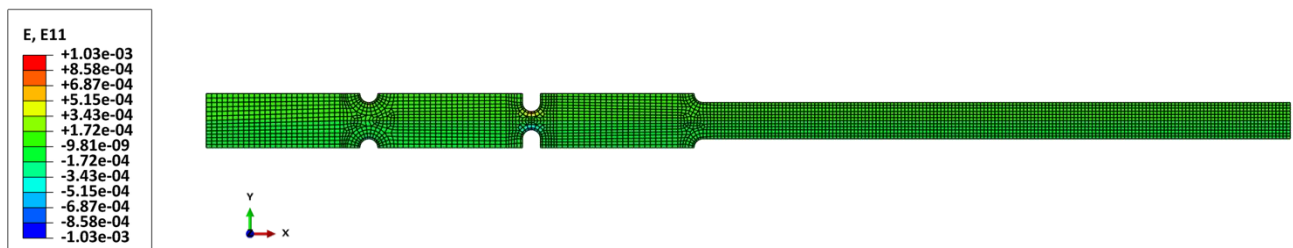


Figura 31

In Figura 32 è riportato l'andamento della deformata della mensola con un fattore di scala pari a 10, sovrapposto all'indeformata (in trasparenza).

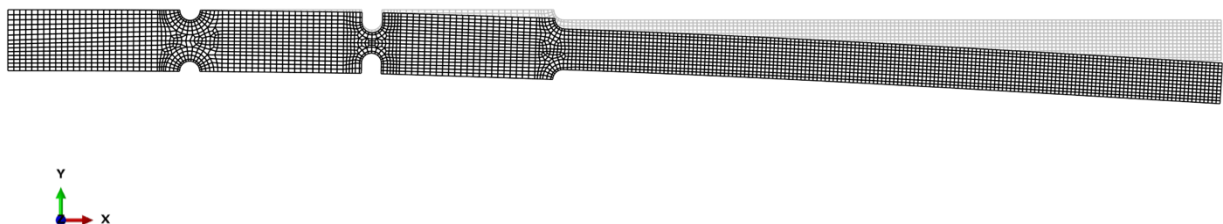


Figura 32

La configurazione deformata mostra un andamento coerente con quello atteso per una mensola incastrata, con spostamenti nulli in corrispondenza dell'incastro e massimi all'estremità libera, dove vi è l'applicazione del carico puntuale.

Analisi della sezione E_1

Sforzi

In Figura 33, si osserva una **marcata concentrazione** in corrispondenza del **raggio di raccordo dell'intaglio**, dove le linee di flusso delle tensioni risultano più addensate. Il valore massimo dello sforzo di Von Mises ottenuto dalla simulazione è pari a **23,81 MPa**: tale risultato è coerente con il valore sperimentale pari a **26,58 MPa**, ricavato dalle deformazioni misurate tramite estensimetro. La differenza può essere attribuita a diversi fattori: il modello FEM non tiene conto di micro-irregolarità superficiali e imperfezioni del materiale introdotte dai processi di lavorazione; inoltre, va considerata l'incertezza intrinseca associata alla misura sperimentale, non quantificata nel presente lavoro a livello numerico ma comunque sempre presente.

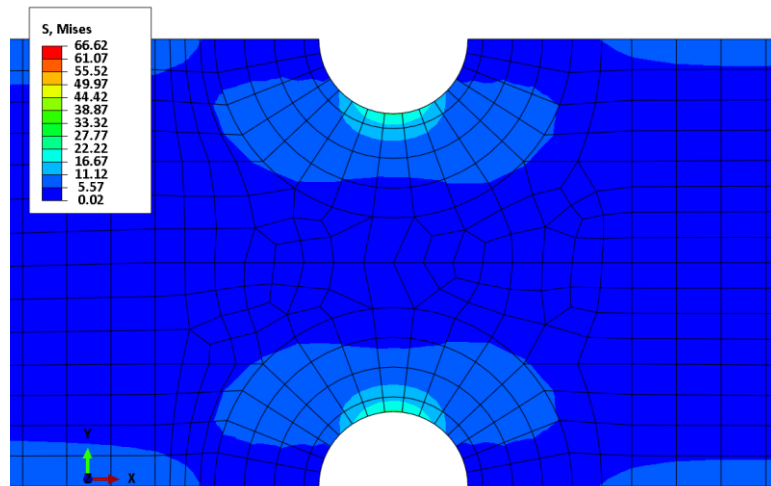


Figura 33

Deformazioni

L'analisi delle deformazioni (visibile in Figura 34) evidenzia un incremento significativo della componente E_{11} sempre lungo il raccordo superiore dell'intaglio: ciò è direttamente legato all'elevato momento flettente. Il valore massimo di deformazione numericamente ottenuto è pari a **362 $\mu\epsilon$** , che risulta essere in buon accordo con quanto misurato sperimentalmente.

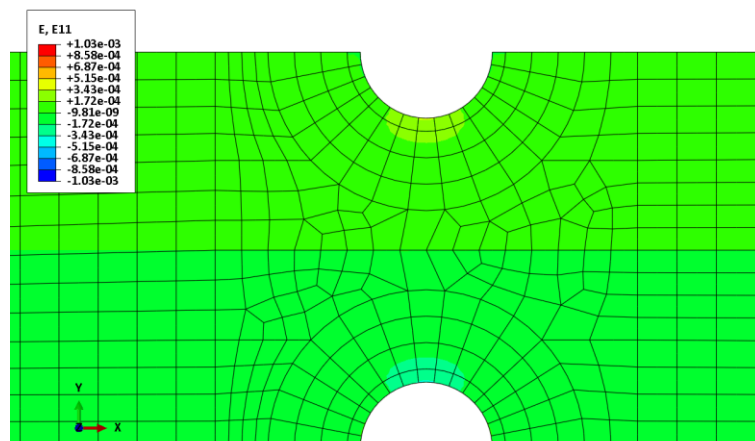


Figura 34

Analisi della sezione E_2

Sforzi

La Figura 35 mostra che, come già analizzato, la sezione E_2 risulta essere la più critica dal punto di vista tensionale: le mappe di sforzo evidenziano una **concentrazione ancora più marcata** rispetto alla sezione E_1 , con un picco localizzato in corrispondenza del centro della discontinuità geometrica. Il valore massimo dello sforzo principale ottenuto dalla simulazione è pari a 66,62 MPa, anche in questo caso perfettamente coerente con il valore sperimentale.

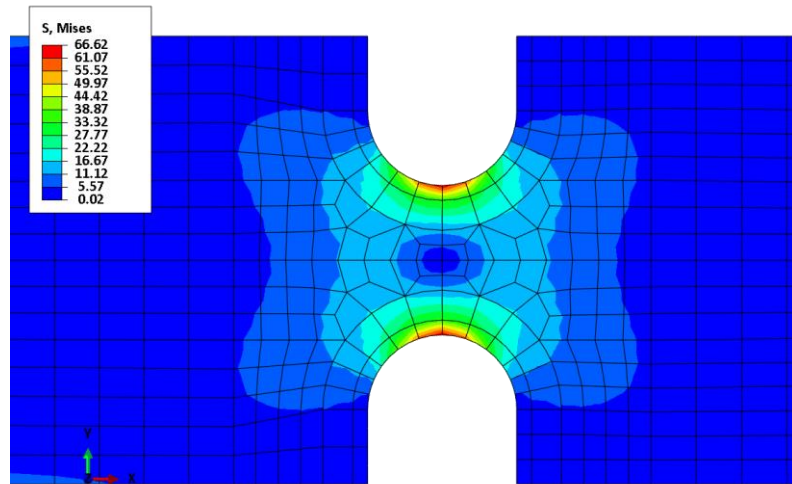


Figura 35

Deformazioni

Dal punto di vista deformativo, la sezione E_2 è quella che presenta i **valori più elevati**. La distribuzione della deformazione, visibile in Figura 36, mostra un picco molto pronunciato in corrispondenza del raccordo superiore, coincidente con la posizione dell'estensimetro reale. Il valore massimo ottenuto numericamente è pari a 1029 $\mu\epsilon$, a fronte di un valore sperimentale di 1056 $\mu\epsilon$: la differenza risulta, quindi, contenuta e pienamente accettabile.

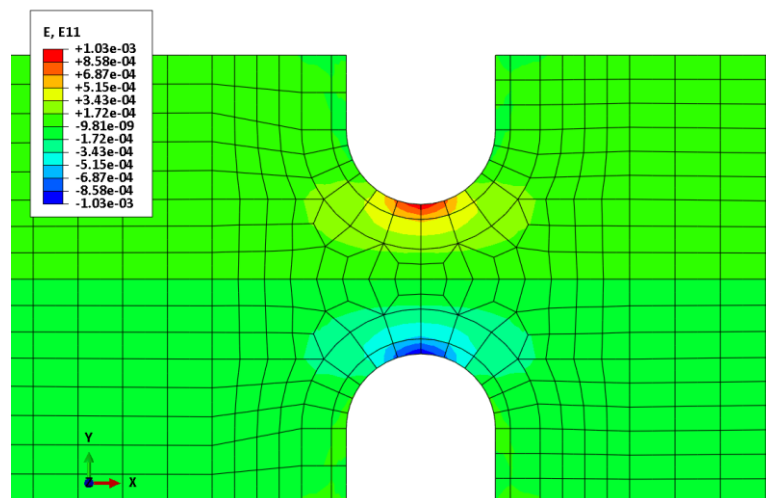


Figura 36

Analisi della sezione E₃

Sforzi

In questa sezione, come visibile in Figura 37, si evidenzia una **concentrazione** di sforzo **meno marcata** rispetto ad E₁ ed E₂, coerente con una geometria localmente più favorevole e con un intaglio meno severo. Il valore massimo dello sforzo ottenuto numericamente è pari a **14,10 MPa**, cioè lo stesso risultante dalla sperimentazione. In questo caso, quindi, l'analisi FEM è riuscita a cogliere appieno il comportamento tensionale della sezione con valori numerici coincidenti con la realtà.

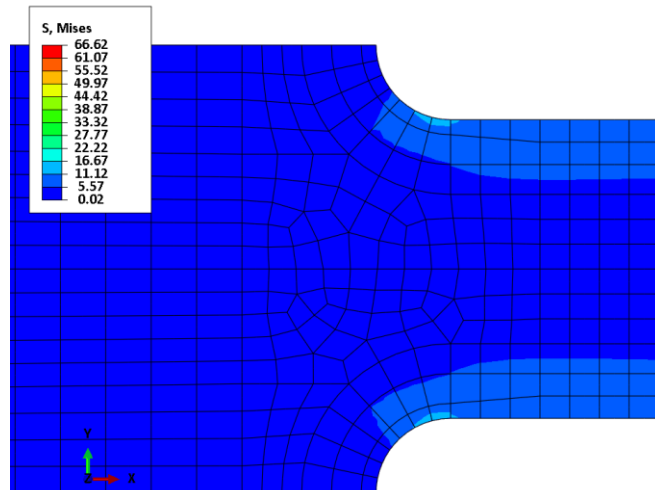


Figura 37

Deformazioni

In questa sezione, si evidenzia una deformazione nettamente minore rispetto alle prime due. L'andamento, visibile in Figura 38, non mostra picchi particolarmente accentuati: il valore di deformazione ottenuto numericamente è pari a **202 $\mu\epsilon$** , a fronte di **218 $\mu\epsilon$** misurati sperimentalmente.

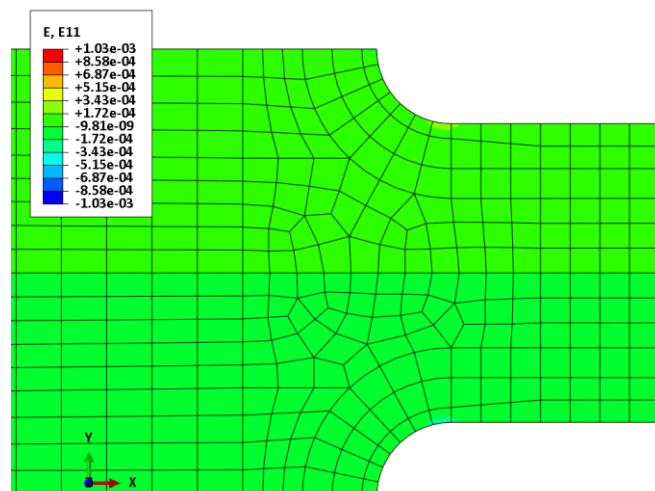


Figura 38

In Tabella 4, è riportata una sintesi degli sforzi massimi, utili al calcolo del coefficiente di intaglio.

Tabella 4

Sezione di riferimento	Sforzo Equivalente di Von Mises
Sezione E ₁	23,81 MPa
Sezione E ₂	66,62 MPa
Sezione E ₃	14,10 MPa

Calcolo del Fattore di Intaglio

A partire dai dati ottenuti dall'analisi riportati in Tabella 4, è possibile svolgere il calcolo del coefficiente di intaglio.

1. Fattore d'intaglio in corrispondenza della sezione E₁:

$$K_{t,1} = \frac{\sigma_{\text{Von Mises},E1}}{\sigma_{\text{nom},E1}} = \mathbf{1,58} \quad (40)$$

2. Fattore d'intaglio in corrispondenza della sezione E₂:

$$K_{t,2} = \frac{\sigma_{\text{Von Mises},E2}}{\sigma_{\text{nom},E2}} = \mathbf{1,34} \quad (41)$$

3. Fattore d'intaglio in corrispondenza della sezione E₃:

$$K_{t,3} = \frac{\sigma_{\text{Von Mises},E3}}{\sigma_{\text{nom},E3}} = \mathbf{1,47} . \quad (42)$$

Confronto tra i valori di Fattore di Intaglio

L'analisi fin qui effettuata ha permesso di ottenere **tre diverse valutazioni del fattore di intaglio**: una sperimentale, una teorica (ricavata tramite dati e diagrammi del Peterson) e una numerica (ottenuta tramite la simulazione agli elementi finiti). Si procede ad effettuare un confronto tra tali valori in corrispondenza di ogni singola sezione.

Sezione E₁:

I valori dei tre coefficienti di intaglio ottenuti per tale sezione sono riportati in Tabella 5.

Tabella 5

Fattore di intaglio teorico	Fattore di intaglio sperimentale	Fattore di intaglio tramite FEM
1,63	1,77	1,58

Per la sezione E₁, il fattore di intaglio sperimentale risulta leggermente superiore rispetto a quello teorico, mentre il valore ottenuto tramite FEM è il più contenuto: il modello agli elementi finiti tende, quindi, a sottostimare lievemente il picco tensionale, mentre la misura sperimentale tende a sovrastimare leggermente la concentrazione degli sforzi. Nel complesso, i tre valori risultano comunque confrontabili.

Sezione E₂:

In Tabella 6 sono riportati i tre valori del coefficiente di intaglio ottenuti in corrispondenza di tale sezione:

Tabella 6

Fattore di intaglio teorico	Fattore di intaglio sperimentale	Fattore di intaglio tramite FEM
1,43	1,38	1,34

Nella sezione E_2 , i tre valori del fattore di intaglio risultano molto vicini tra loro: il valore teorico è leggermente superiore a quello sperimentale, mentre il valore FEM è il più basso dei tre. La ridotta dispersione tra i risultati evidenzia che l'effetto dell'intaglio è quantificato in modo sostanzialmente coerente nell'analisi agli elementi finiti: le lievi differenze possono essere attribuite alle semplificazioni del modello teorico e numerico e alle inevitabili incertezze sperimentali.

Sezione E_3 :

I tre coefficienti di intaglio ottenuti in corrispondenza di tale sezione sono riportati in Tabella 7.

Tabella 7

Fattore di intaglio teorico	Fattore di intaglio sperimentale	Fattore di intaglio tramite FEM
1,41	1,47	1,47

Per la sezione E_3 , il fattore di intaglio sperimentale e quello numerico coincidono, mentre il valore teorico risulta leggermente inferiore: ciò è coerente con l'analisi degli sforzi e delle deformazioni, a seguito della quale si è analizzata una minore concentrazione dello *stress* e una geometria meno penalizzante rispetto alle altre due sezioni intagliate. In questo caso, il modello FEM fornisce una stima molto realistica (se confrontata con il modello sperimentale) del comportamento della sezione.

Conclusione

Il lavoro svolto ha consentito di analizzare in modo approfondito il comportamento strutturale di una mensola intagliata, evidenziando l'**effetto** che le **discontinuità geometriche** causano nella distribuzione degli sforzi e delle deformazioni. L'approccio si è evoluto da una semplice validazione analitica, per poi passare ad un'analisi dei dati sperimentali ottenuti nel caso reale, concludendo con la modellazione della struttura tramite il metodo agli elementi finiti: ciò ha permesso di effettuare uno studio complessivo della struttura, con particolare attenzione al fenomeno di concentrazione degli sforzi e delle deformazioni nelle sezioni intagliate.

L'**analisi teorica** ha fornito una **base di riferimento** per la comprensione del comportamento generale della struttura, consentendo sia di calcolare il Modulo di Young del materiale, sia di individuare l'entità effettiva della concentrazione dello *stress* nelle zone intagliate, mettendo alla luce l'effetto della discontinuità geometriche.

Le **misure sperimentali**, ottenute tramite l'utilizzo di estensimetri, hanno fornito, invece, **dati reali** sul comportamento della mensola, permettendo una stima diretta degli sforzi e del fattore di intaglio: nonostante le inevitabili incertezze legate alla misura sperimentale e alle condizioni reali del materiale (che non potrà mai essere effettivamente omogeneo come nel caso ideale), i risultati ottenuti si sono dimostrati coerenti con quelli teorici.

L'**analisi ad elementi finiti**, infine, ha rappresentato uno strumento particolarmente efficace per descrivere con **maggiore dettaglio** sia i picchi tensionali, sia la distribuzione dei gradienti di *stress* nella struttura.

Il **confronto generale** tra i fattori di intaglio ottenuti con i diversi approcci ha mostrato una buona coerenza complessiva tra i tre metodi, con differenze contenute e giustificabili sulla base delle diverse ipotesi e condizioni.

Lo **studio dei fattori di intaglio** è fondamentale per effettuare una corretta analisi strutturale, soprattutto in presenza di geometrie non uniformi, dove le concentrazioni di sforzo possono rappresentare un elemento critico per l'integrità e l'affidabilità del componente. In virtù dell'analisi effettuata nel presente report si è confermato come la determinazione del fattore d'intaglio sia molto affidabile sia nel caso analitico, sia in quello sperimentale, sia realizzando il modello della struttura con il metodo agli elementi finiti, evitando di sottostimare in modo eccessivo ed errato la concentrazione degli sforzi massimi nelle strutture.

Bibliografia

- Figura 9: Walter D. Pilkey, Deborah F. Pilkey, Zhuming Bi, *Peterson's Stress Concentration Factors, Third Edition*
- Figura 14: Walter D. Pilkey, Deborah F. Pilkey, Zhuming Bi, *Peterson's Stress Concentration Factors, Third Edition*
- Figura 17: Walter D. Pilkey, Deborah F. Pilkey, Zhuming Bi, *Peterson's Stress Concentration Factors, Third Edition*