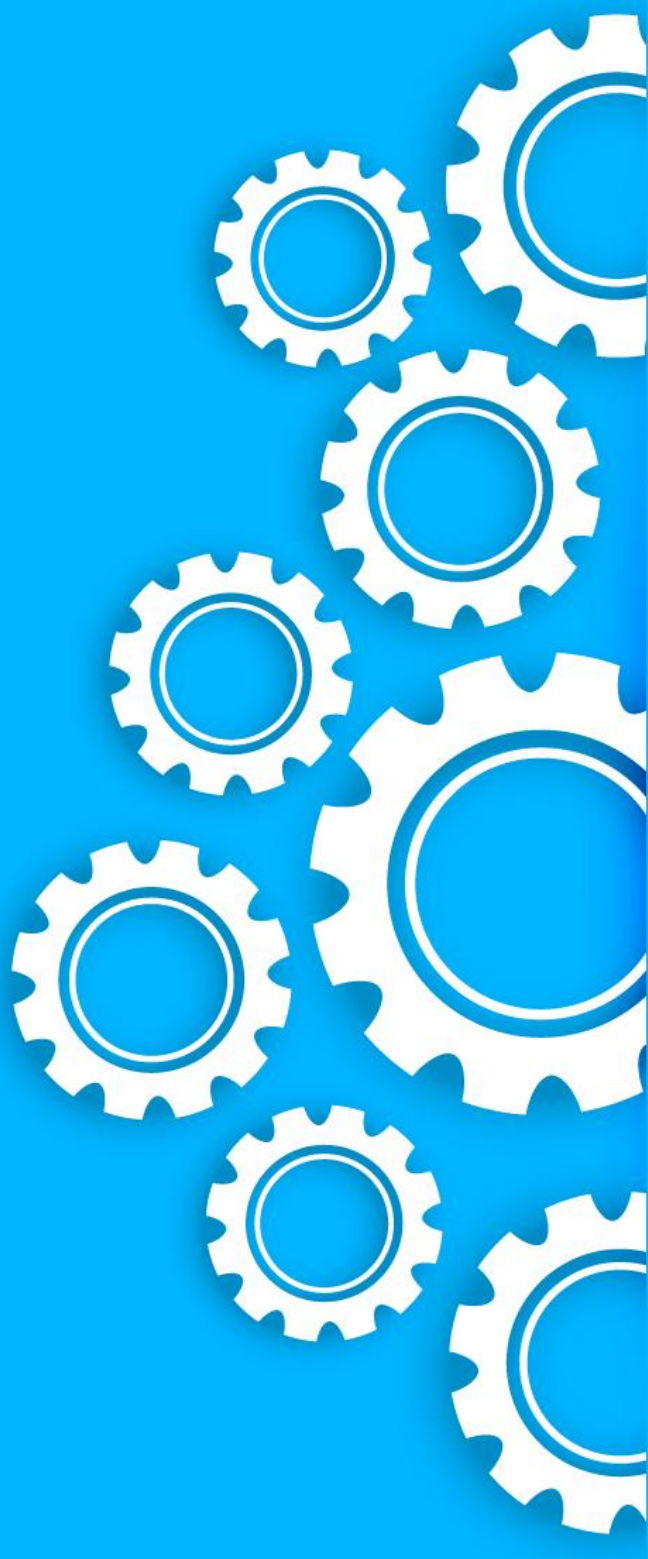




CINGHIA DI UNA LAVATRICE PER USO DOMESTICO

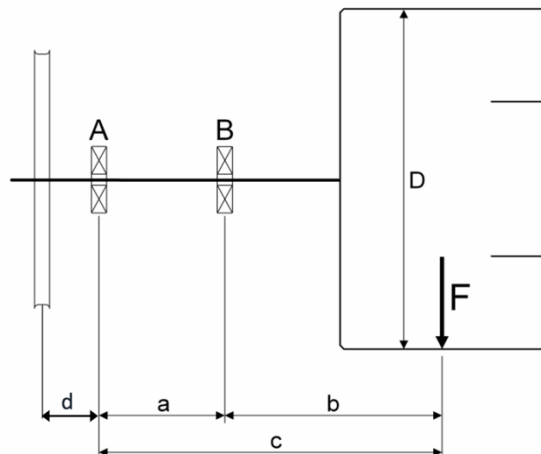


Federico Tarantino

Una **macchina lavabiancheria** da 5 kg con cestello ad asse orizzontale è schematizzata secondo la semplificazione a travi riportata nello schema sottostante. Il motore, con potenza pari a 1 KW, aziona il cestello tramite una **trasmissione a cinghia**; il cestello è calettato a sbalzo sul lato opposto dell'albero, sostenuto da due supporti realizzati con **cuscinetti a rotolamento**.

Si ritengono soddisfatte le seguenti 3 ipotesi:

1. **Peso proprio** di albero e puleggia **trascurabili**;
2. **Carico del cestello** schematizzabile come il carico di biancheria secca (bilanciato) più un carico eccentrico pari a 1/3 del carico della prima, collocato a metà del cestello sul punto più esterno dello stesso;
3. La lavatrice lavora principalmente alla **velocità di rotazione centrifuga** con il **carico sbilanciato**, come indicato in figura, mentre le altre condizioni di esercizio sono trascurabili.



Dal testo vengono forniti i seguenti dati in merito alla lavatrice e alla trasmissione:

Motore elettrico	<u>potenza</u> : $P_{nom} = 1,0 \text{ KW}$
	<u>velocità di rotazione</u> : $n = 16000 \text{ rpm}$
Trasmissione	<u>rapporto di trasmissione</u> : $i = 1:20$
	<u>diametro minore di avvolgimento della cinghia</u> : $d_p = 17 \text{ mm}$
	<u>interasse di primo tentativo</u> : $l = 350 \text{ mm}$
	<u>coefficiente di attrito cinghia/puleggia</u> : $\mu = 0,3$
Dimensioni	$a = 85 \text{ mm}$; $b = 150 \text{ mm}$; $c = 235 \text{ mm}$; $d = 15 \text{ mm}$; $D = 500 \text{ mm}$
Masse	<u>cestello</u> : $M_T = 4,5 \text{ kg}$
	<u>biancheria secca</u> : $M_B = 5 \text{ kg}$
Velocità centrifuga	$n_c = 800 \text{ giri/min}$
Durata richiesta	10 anni con affidabilità 90% e 95%

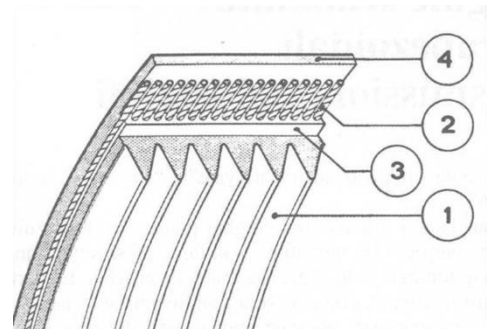
1

Progettare la trasmissione a cinghia (scegliere il tipo di cinghia e indicare il tiro al montaggio)

La cinghia utilizzata per la trasmissione è una **cinghia scanalata**. Con questo termine si intende una cinghia piatta continua, chiusa ad anello, con scanalature comprese tra le nervature di sezione pressoché triangolare, disposte nella parte interna della stessa. La parte piatta costituisce l'elemento resistente, mentre le nervature assicurano l'aderenza. Esse sono un'evoluzione delle **cinghie trapezoidali** (in pratica, un assieme in parallelo) e spesso sono denominate "Cinghie a V" o "**Poly-V**".

Esse sono costituite da:

1. struttura di base, formata da nervature triangolari;
2. elemento di trazione, costituito da uno strato di corde in poliestere;
3. sede ammortizzante;
4. copertura, flessibile ma non resistente, rinforzata con fibre inserite.



La progettazione di una trasmissione a cinghia scanalata viene eseguita secondo lo schema di calcolo delle cinghie trapezoidali. Si calcola prima la **potenza di calcolo** P_C , pari alla potenza nominale moltiplicata per il fattore di servizio f_s , funzione del motore

e del tipo di servizio.

In questo caso, dalla tabella di fianco si ricava il valore di P_C : considerando come macchina condotta la dicitura "Macchine per lavanderia" e come macchina motrice un motore elettrico a coppia normale, con una normale coppia allo spunto e un servizio intermittente, si legge $P_C = 1,1$ KW.

MACCHINA CONDOTTA	MACCHINA MOTRICE					
	MOTORI ELETTRICI:			MOTORI ELETTRICI:		
	NORMALE COPPIA DI SPUNTO			ELEVATA COPPIA DI SPUNTO		
I tipi di macchine condotte qui sotto elencate sono solo dei campioni rappresentativi. Selezionare la categoria che si avvicini maggiormente alla vostra applicazione da quelle elencate.	MOTORI ELETTRICI: c.a. - a coppia normale - a coppia costante - a coppia di scatto e sincroni Convertitori di frequenza Avvitatori statici c.c. - a fase sdoppiata c.c. - con eccitazione in derivazione MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA: con oltre 600 [min ⁻¹]			MOTORI ELETTRICI: c.a. - a coppia elevata - alto scostamento - ad induzione - monofase - a scostamento ad anello - ad avvolgimento misto - ad avvolgimento in serie MOTORI MONOCILINDRICI MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA: con meno di 600 [min ⁻¹] - Alberi di trasmissione - Freni - Frizioni - Avviamenti diretti		
	Servizio Intermittente	Servizio Normale	Servizio Continuo	Servizio Intermittente	Servizio Normale	Servizio Continuo
Agitatori per liquidi, Soffiatori, Aspiratori, Ventilatori centrifughi, Trasportatori leggeri	1,0	1,1	1,2	1,1	1,2	1,3
Agitatori per prodotti pastosi, Miscelatori, Generatori, <u>Macchine per lavanderia</u> , Macchine utensili	1,1	1,2	1,3	1,2	1,3	1,4
Compressori rotativi, Pompe rotative, Setacci, Trasportatori pesanti Sistemi di spruzzaggio, Dinamo, Macchine per pannetteria Macchine tipografiche, Macchine per la lavorazione del legno Ventilatori assiali, Macchine produzione mattoni	1,2	1,3	1,4	1,3	1,4	1,5
Compressori a pistoni, Pompe a pistoni, Frantoi, Elevatori a tazze Elevatori, Macchine per la carta, Mulini, Paranchi	1,4	1,5	1,6	1,5	1,6	1,8
Rettifiche, Frantumatori, Sistemi di dragaggio Calandre ed estrusori per gomma e materie plastiche	1,6	1,7	1,8	1,7	1,8	2,0

Considerando una potenza nominale pari a 1 KW (fornita da testo), è possibile ricavare il fattore di servizio come:

$$P_C = P_{\text{nom}} \cdot f_s \rightarrow f_s = \frac{P_C}{P_{\text{nom}}} = 1,1.$$

Il secondo passo è la **scelta del tipo di sezione**. A tal fine si fa riferimento al grafico che segue e che permette di determinare il tipo di cinghia in funzione della velocità di rotazione della puleggia minore (lato motore) e della potenza di calcolo. Dal grafico fornito, entrando in ascissa con valore di P_c precedentemente trovato e in ordinata con il valore di 16000 giri/min (velocità data da testo), si nota che è necessario scegliere la **categoria di cinghia** più performante a catalogo, cioè la tipologia **PH**. Nella tabella allegata allo stesso, sono presenti le caratteristiche della sezione della cinghia scelta da catalogo.

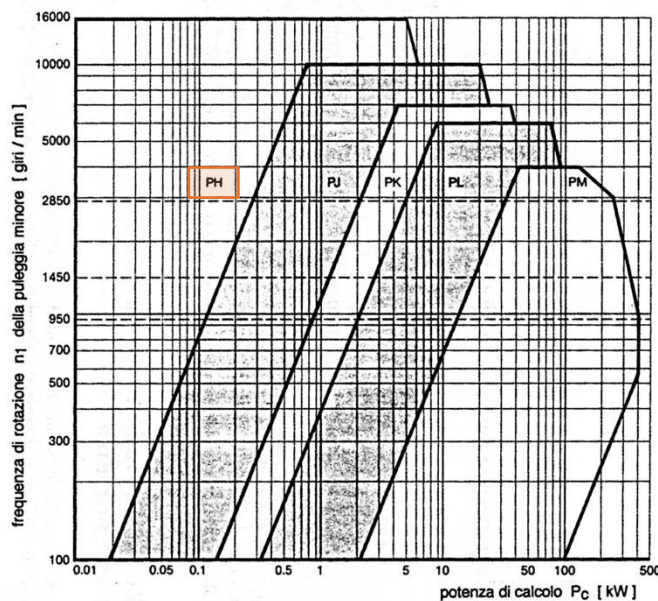


Tabella 5.03 - Caratteristiche delle sezioni delle cinghie scanalate secondo UNI 9365 [mm]

sezione	PH	PJ	PK	PL	PM
passo delle scanalature s	1,60	2,34	3,56	4,70	9,40
altezza h	3	4	6	10	17
raggio raccordo sommità r_b min	0,30	0,40	0,50	0,60	0,75
raggio raccordo fondo gola r_b max	0,15	0,20	0,25	0,40	0,75
diametro min puleggia d_e min	13	20	45	75	180
velocità max cinghia v max	60	60	55	40	30
massa per ogni nervatura m [kg/m]	0,005	0,009	0,021	0,045	0,160
lunghezze effettive L_e da:					
a:	2500	2500	3000	6100	15300

Le pulegge per le cinghie scanalate sono oggetto della norma UNI 9336, che ne definisce geometria e tolleranze. Dalla tabella a fianco, si ricava, nello specifico, il valore dell'angolo $\beta = 0,698132$ rad, necessario per il calcolo del coefficiente di attrito "fittizio" u^* .

Si può, quindi, trovare il valore:

$$u^* = \frac{u}{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} = 0,8771, \text{ necessario per il calcolo}$$

del tiro della puleggia.

sezioni	PH	PJ	PK	PL	PM
passo delle scanalature e	1,60	2,34	3,56	4,70	9,4
tolleranza su e Δe	$\pm 0,03$	$\pm 0,03$	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	$\pm 0,08$
tolleranze su tutte le gole $\Sigma \Delta e$	$\pm 0,30$	$\pm 0,30$	$\pm 0,30$	$\pm 0,30$	$\pm 0,30$
distanza asse gola/esterno f	1,3	1,8	2,5	3,3	6,4
angolo della gola β	$\alpha \pm 0,5^\circ$	40°	40°	40°	40°
raggio superiore di testa r_t min	0,15	0,20	0,25	0,40	0,75
raggio di fondo gola r_b max	0,30	0,40	0,50	0,40	0,75
diametro esterno d_e min	13	20	45	75	180
scarto primitivo 2a	1,6	2,4	4	6	8
diametro primitivo d_p min	14,6	22,4	49	81	188
riduzione diametro d_e 2(N-K) max	0,97	0,99	1,07	1,14	1,39
diametro cilindro o sfera $d_c \pm 0,01$	1	1,50	2,50	3,50	7
scarto per controllo 2K	0,11	0,23	0,99	2,36	4,53
diametro di controllo $d_c = d_e + 2K$	13,11	20,23	45,99	77,36	184,53
larghezza della fascia g	3	5,8	8,28	12,12	16,0
per z nervature: 4	7,4	10,62	15,68	20,7	41,0
y = [(z-1) · e + 2f] $\pm \Sigma \Delta e$ 5	9,0	12,96	19,24	25,4	50,4
6	10,6	15,30	22,80	30,1	59,8
7	12,2	17,64	26,36	34,8	69,2
8	13,8	19,98	29,92	39,5	78,6
9	15,4	22,32	33,48	44,2	88,0
10	17,0	24,66	37,04	48,9	97,4

¹⁾ l'asse di ogni scanalatura deve formare un angolo di $90 \pm 0,5^\circ$ con l'asse della puleggia

A questo punto, è possibile **ricavare la potenza trasmissibile** da una cinghia di un certo tipo **per ogni nervatura**, valore che chiameremo P_t' . Per trovarlo, è necessario riferimento alla tabella di cui sopra, nella quale tale valore è riportato in funzione della velocità di rotazione e del diametro della puleggia minore e del rapporto di trasmissione. Entrando in ordinata sempre con il numero di giri fornito dal testo

(16000 giri/min) e in ascissa con il diametro dell'albero a cui è direttamente collegato il motore elettrico (17 mm), si nota che il valore del rapporto di trasmissione imposto non è presente: si sceglie, quindi, il valore massimo presente: 169 W.

d ₁ mm	i o 1:i	Frequenza di rotazione n ₁ della puleggia minore [giri/min]																	
		200	400	700	950	1200	1450	2000	2850	3500	5000	6000	7000	8000	9000	10000	12000	14000	16000
13	1.00	3.	5.	7.	9.	10.	11.	13.	16.	17.	18.	18.	17.	16.	15.	13.	7.		
	1.05	3.	5.	8.	10.	11.	12.	15.	17.	19.	21.	22.	22.	21.	19.	16.	10.	3	
	1.20	4.	6.	9.	11.	13.	14.	17.	21.	24.	28.	30.	31.	32.	33.	33.	32.	29.	24.
	1.50	4.	6.	10.	12.	14.	16.	20.	24.	27.	33.	36.	39.	41.	42.	43.	44.	44.	41.
	3.00	4.	7.	10.	13.	15.	17.	21.	26.	30.	37.	41.	44.	47.	49.	51.	53.	54.	53.
15	1.00	4.	7.	11.	14.	16.	18.	23.	29.	32.	40.	44.	47.	49.	51.	53.	54.	53.	51.
	1.05	4.	8.	11.	14.	17.	19.	24.	31.	35.	43.	48.	51.	55.	57.	60.	62.	63.	62.
	1.20	5.	8.	12.	16.	19.	21.	27.	34.	40.	50.	56.	61.	65.	69.	73.	78.	82.	83.
	1.50	5.	9.	13.	17.	20.	23.	29.	37.	43.	55.	62.	68.	74.	79.	84.	91.	97.	100.
	3.00	5.	9.	14.	17.	21.	24.	31.	40.	46.	59.	67.	74.	80.	86.	91.	100.	107.	112.
17	1.00	5.	9.	15.	19.	22.	25.	32.	42.	48.	61.	69.	76.	82.	87.	92.	100.	105.	108.
	1.05	6.	10.	15.	19.	23.	26.	34.	44.	51.	65.	73.	80.	87.	93.	99.	108.	115.	118.
	1.20	6.	10.	16.	20.	25.	28.	36.	47.	55.	71.	81.	90.	98.	105.	112.	124.	133.	140.
	1.50	6.	11.	17.	21.	26.	30.	38.	50.	59.	77.	87.	97.	106.	115.	123.	137.	148.	157.
	3.00	6.	11.	17.	22.	27.	31.	40.	53.	62.	80.	92.	103.	113.	122.	130.	146.	159.	169.
20	1.00	7.	13.	20.	26.	31.	36.	46.	61.	71.	93.	106.	118.	130.	140.	150.	166.	179.	189.
	1.05	7.	13.	20.	26.	32.	37.	48.	63.	74.	96.	110.	123.	135.	146.	157.	175.	189.	200.
	1.20	8.	13.	21.	28.	33.	39.	50.	67.	78.	103.	118.	133.	146.	158.	170.	191.	208.	221.
	1.50	8.	14.	22.	29.	35.	40.	52.	70.	82.	108.	125.	140.	154.	168.	181.	203.	223.	238.
	3.00	8.	14.	23.	29.	35.	41.	54.	72.	85.	112.	129.	145.	160.	175.	188.	212.	233.	250.
22.5	1.00	9.	15.	24.	31.	38.	44.	58.	77.	90.	119.	137.	153.	169.	183.	197.	220.	239.	253.
	1.05	9.	16.	25.	32.	39.	45.	59.	79.	93.	123.	141.	158.	174.	189.	203.	228.	248.	264.
	1.20	9.	16.	26.	33.	41.	47.	62.	82.	97.	129.	149.	168.	185.	201.	217.	244.	267.	285.
	1.50	9.	17.	27.	34.	42.	49.	64.	86.	101.	135.	155.	175.	194.	211.	227.	257.	282.	302.
	3.00	9.	17.	27.	35.	43.	50.	65.	88.	104.	138.	160.	180.	200.	218.	235.	266.	293.	314.
25	1.00	10.	18.	29.	37.	45.	53.	69.	92.	109.	145.	167.	188.	207.	225.	242.	272.	296.	314.
	1.05	10.	18.	29.	38.	46.	54.	70.	94.	112.	148.	171.	193.	213.	232.	249.	280.	305.	325.
	1.20	10.	19.	30.	39.	48.	56.	73.	98.	116.	155.	179.	202.	223.	244.	262.	296.	324.	346.
	1.50	11.	19.	31.	40.	49.	57.	75.	101.	120.	160.	186.	209.	232.	253.	273.	309.	339.	363.
	3.00	11.	20.	32.	41.	50.	59.	77.	103.	123.	164.	190.	215.	238.	260.	281.	318.	350.	375.
28	1.00	12.	21.	34.	44.	54.	63.	83.	111.	131.	176.	203.	228.	252.	275.	295.	332.	361.	381.
	1.05	12.	21.	35.	45.	55.	64.	84.	113.	134.	179.	207.	233.	258.	281.	302.	340.	370.	392.
	1.20	12.	22.	35.	46.	56.	66.	87.	117.	139.	186.	215.	243.	269.	293.	316.	356.	389.	414.
	1.50	12.	22.	36.	47.	57.	68.	89.	120.	142.	191.	221.	250.	277.	303.	326.	369.	404.	431.
	3.00	12.	23.	37.	48.	58.	69.	90.	122.	145.	195.	226.	255.	283.	309.	334.	378.	414.	443.
31.5	1.00	14.	25.	40.	52.	64.	75.	98.	132.	157.	211.	244.	275.	304.	331.	355.	398.	431.	453.
	1.05	14.	25.	41.	53.	64.	76.	100.	134.	160.	214.	248.	279.	309.	337.	362.	406.	441.	464.
	1.20	14.	26.	41.	54.	66.	78.	102.	138.	164.	221.	256.	289.	320.	349.	376.	422.	459.	485.
	1.50	14.	26.	42.	55.	67.	79.	104.	141.	168.	226.	262.	296.	328.	358.	386.	435.	474.	502.
	3.00	14.	26.	43.	56.	68.	80.	106.	143.	171.	230.	267.	302.	334.	365.	394.	444.	485.	514.

La potenza così calcolata è quella trasmissibile con una cinghia con 1 nervatura che si avvolge per 180° sulla puleggia (con rapporto di trasmissione unitario) e che ha una lunghezza prefissata. A questo punto, ciò che il produttore deve fare è eseguire una prova con trasmissione 1:1 (quindi angolo di 180° e i = 1) e, successivamente, provvedere a correggere la potenza trasmissibile da ogni nervatura tenendo conto dei diversi angoli di avvolgimento e di eventuali differenti lunghezze di cinghia, tramite i rispettivi coefficienti C_L e C_θ. Si può, quindi, scrivere:

$$P_t = P'_t \cdot C_L \cdot C_\theta$$

Questi due coefficienti sono tabulati. Per stabilire C_L occorre imporre una lunghezza di cinghia di massima "L" in base all'ingombro e al rapporto di trasmissione, da correggere poi in funzione delle lunghezze disponibili a catalogo. Posto d_p il diametro di avvolgimento della cinghia (sull'albero motore), D₂ il diametro della puleggia condotta e l'interasse di primo tentativo (fornita da testo), si fa utilizzo della seguente formula semplificata per il **calcolo della lunghezza della cinghia**:

$$L = 2 \cdot I + \frac{\pi}{2} (D_2 + d_p) + \frac{(D_2 + d_p)^2}{4 \cdot I} = 1352 \text{ mm}$$

Tuttavia, non essendo disponibile **a catalogo** tale lunghezza nello specifico, si utilizza quella immediatamente superiore, cioè **1400 mm**. A questo punto, si applica di nuovo la precedente formula, che invertita, restituisce il valore di **interasse effettivo** per la lunghezza di cinghia disponibile a catalogo. Infatti, invertendo l'espressione, si ottiene un'equazione di secondo grado con incognita I_{eff} , che restituirà due soluzioni distinte, delle quali solo quella con segno positivo sarà di nostro interesse:

$$[2]I_{eff}^2 + \left[\frac{\pi}{2}(D_2 + d_p) - L\right]I_{eff} + \left[\frac{(D_2 + d_p)^2}{4}\right] = 0$$

$$I_{eff} = \frac{-\left[\frac{\pi}{2}(D_2 + d_p) - L\right] + \sqrt{\left[\frac{\pi}{2}(D_2 + d_p) - L\right]^2 - 4[2]\left[\frac{(D_2 + d_p)^2}{4}\right]}}{2[2]} = \mathbf{402 \text{ mm}}$$

Grazie al valore della lunghezza effettiva della cinghia e dell'interasse effettivo, è possibile determinare i coefficienti C_L e C_θ attraverso le tabelle fornite dal catalogo.

Per C_θ è necessario calcolare il rapporto $\frac{D_2 + d_p}{I_{eff}}$, approssimabile a $2\alpha = 0,84 \text{ rad}$ (con α che rappresenta l'angolo della cinghia rispetto all'orizzontale); poiché il valore esatto non è presente, si utilizza quello immediatamente successivo (0,85), che restituisce un coefficiente $C_\theta = 0,83$.

Si sarebbe anche potuta effettuare un'interpolazione lineare, ma tale approssimazione fatta è comunque accettabile.

Tabella 5.15 - Coefficiente C_L (da Continental)

Lunghezza L_p [mm]	PH	PJ	PK	PL	PK	Lunghezza L_p [mm]	PL	PK
250		0,72				2650	1,06	0,91
335		0,77				2800	1,07	0,92
400	0,81	0,81				3000	1,08	0,93
500	0,85	0,86				3150	1,09	0,94
560	0,87	0,87	0,78			3350	1,10	0,96
600	0,89	0,89	0,79			3550	1,11	0,97
630	0,90	0,90	0,80			3750	1,13	0,98
670	0,92	0,91	0,81			4000	1,15	0,99
710	0,93	0,92	0,83			4090	1,16	1,00
750	0,94	0,93	0,84			4250	1,17	1,01
800	0,95	0,95	0,86			4500	1,18	1,02
850	0,96	0,96	0,87			4750	1,19	1,03
900	0,97	0,97	0,88			5000	1,20	1,05
950	0,98	0,98	0,89	0,84		5300	1,21	1,06
1000	0,99	0,99	0,90	0,84		5600	1,22	1,08
1020	1,00	1,00	0,90	0,85		6000	1,23	1,09
1060	1,01	1,01	0,91	0,86		6300	1,24	1,10
1120	1,03	1,02	0,92	0,87		6700		1,11
1180	1,04	1,04	0,93	0,88		7100		1,12
1250	1,05	1,05	0,94	0,89		7500		1,13
1320	1,06	1,06	0,96	0,90		8000		1,15
1400	1,07	1,07	0,97	0,91		8500		1,16
1500	1,08	1,08	1,00	0,92		9000		1,18
1600	1,09	1,09	1,01	0,94		9500		1,19
1700	1,11	1,11	1,01	0,96		10000		1,21
1800	1,13	1,13	1,02	0,97		10600		1,22
1900	1,14	1,14	1,03	0,98		11200		1,23
2000	1,15	1,15	1,04	0,99		11800		1,24
2095	1,16	1,16	1,05	1,00		12500		1,25
2120	1,16	1,16	1,06	1,01	0,88	13200		1,26
2240	1,17	1,17	1,07	1,01	0,89	14000		1,28
2360	1,18	1,18	1,08	1,02	0,90	15000		1,30
2500	1,20	1,20	1,10	1,04				

$$\approx 2\alpha \text{ [rad]}$$

Tabella 5.14 - Coefficiente C_θ (da Continental)

$\frac{D_2 - d_p}{I_{eff}}$	θ° stimato	C_θ
0	180	1,00
0,05	177	0,99
0,10	174	0,98
0,15	171	0,97
0,20	169	0,97
0,25	166	0,96
0,30	163	0,95
0,35	160	0,94
0,40	157	0,93
0,45	154	0,92
0,50	151	0,91
0,55	148	0,90
0,60	145	0,89
0,65	142	0,88
0,70	139	0,87
0,75	136	0,86
0,80	133	0,85
0,85	130	0,83
0,90	127	0,82
0,95	123	0,81
1,00	120	0,79
1,05	117	0,78
1,10	113	0,76
1,15	110	0,75
1,20	106	0,73
1,25	103	0,72
1,30	99	0,70
1,35	95	0,68
1,40	91	0,66
1,45	87	0,64

Si ha, quindi, $C_L = 1,07$ e $C_\theta = 0,83$.

Grazie a questi coefficienti, riprendendo la formula precedentemente citata, si calcola:

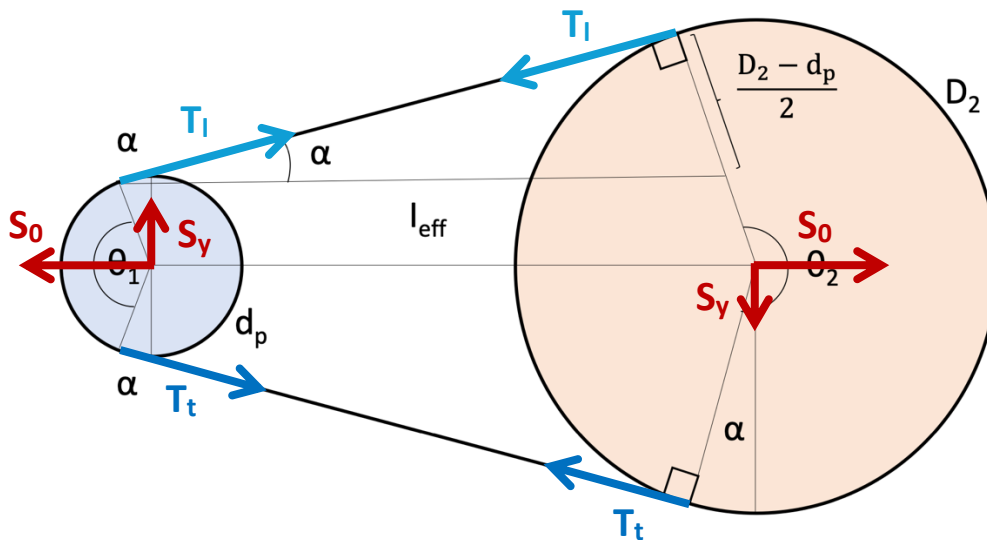
$$P_t = P'_t \cdot C_L \cdot C_\theta = 150 \text{ W}$$

A questo punto, è possibile ricavare il numero di nervature n (da arrotondare a un intero, per eccesso), attraverso il rapporto:

$$n = \frac{P_c}{P_t} = \mathbf{8 \text{ nervature}}$$

2 Calcolare le forze in gioco

Per il calcolo delle forze in gioco, si fa riferimento al seguente schema dinamico:



Come prima cosa si calcolano gli angoli caratteristici:

- angolo della cinghia rispetto all'orizzontale: $\alpha \approx \sin(\alpha) = \frac{D_2 - d_p}{2 \cdot l_{eff}} = 0,4016 \text{ rad}$
- angolo di avvolgimento della puleggia motrice: $\theta_1 = \pi - 2\alpha = 2,3383 \text{ rad}$

La **scelta del valore del tiro** da imporre al montaggio dipende dalla massima coppia da trasmettere C_{MAX} , che può essere posta pari a 3 volte la coppia di regime. La puleggia da considerare sarà quella di diametro minore, sulla quale è minore l'angolo di avvolgimento. Si ha, quindi, un sistema formato dalle due equazioni:

$$\begin{cases} T_t = T_l \cdot e^{\mu \cdot \theta_1} \\ T_t - T_l = \frac{2 \cdot C_{1,max}}{d_1} = \frac{2 \cdot (3 \cdot C_{1,reg})}{d_1} \end{cases} \quad \text{procedendo per sostituzione, si ottengono i valori del tiro sul ramo teso e sul ramo lasco:}$$

$$T_l = \frac{2 \cdot C_{1, \max}}{(d_1)(e^{\mu^* \cdot \theta_1})} = \mathbf{31 \text{ N}} \quad \text{e} \quad T_t = T_l \cdot e^{\mu^* \cdot \theta_1} = \mathbf{242 \text{ N}}$$

Grazie ad esse, è possibile **calcolare le forze che agiscono sulla puleggia** S_0 ed S_y . S_0 corrisponde al tiro che viene imposto al montaggio e resta applicato anche quando la trasmissione non trasmette potenza o quando lavora a regime; S_y , invece, è la componente che varia al variare della coppia trasmessa. Si ottiene, quindi:

$$S_0 = (T_t + T_l) \cdot \cos(\alpha) = \mathbf{251 \text{ N}}$$

$$S_y = (T_t - T_l) \cdot \sin(\alpha) = \mathbf{82 \text{ N}}$$

Infine, si procede al calcolo del valore delle restanti forze in gioco:

- **Forza peso totale** (fissa nello spazio):

$$P = (M_T + M_B) \cdot g = \mathbf{93 \text{ N}}$$

- **Forza centrifuga** (rotante con l'albero):

si procede prima al calcolo della velocità angolare dell'albero in esame, sfruttando il rapporto di trasmissione:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{20} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60}}{20} = 83,77 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ con cui si trova la forza centrifuga:}$$

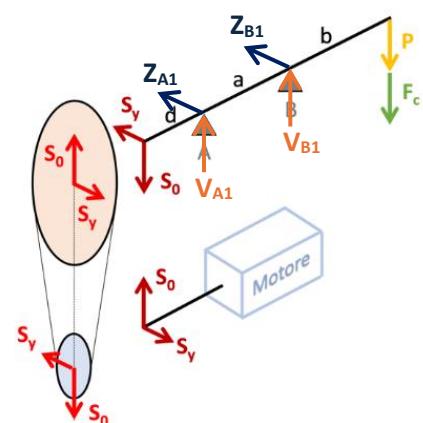
$$F_c = \frac{1}{3} \cdot M_B \cdot R \cdot \omega_2^2 = \mathbf{2924 \text{ N}}$$

3

Calcolare le reazioni vincolari dei supporti dopo aver scelto opportunamente i vincoli per realizzare una soluzione isostatica

Il passo immediatamente successivo è l'analisi dell'albero con il cestello. Occorre riportare le forze S_0 ed S_y sull'albero per **valutare le reazioni vincolari ai supporti**.

Si riportano quindi sull'albero della puleggia condotta tutte le forze agenti, ed è così possibile calcolare le reazioni vincolari ai supporti. Si distinguono le forze fisse da quelle rotanti e si calcolano singolarmente le reazioni vincolari in queste due situazioni.



Forze fisse nello spazio:

Si eseguono i seguenti equilibri dinamici:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 : H_{A1} + H_{B1} = 0 \\ \sum F_y = 0 : V_{A1} + V_{B1} - P - S_0 = 0 \\ \sum F_z = 0 : Z_{A1} + Z_{B1} + S_y = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum M_x^A = 0 : - \\ \sum M_y^A = 0 : Z_{B1}(a) - S_y(d) = 0 \\ \sum M_z^A = 0 : P(a+b) - S_0(d) - V_{B1}(a) = 0 \end{array} \right.$$

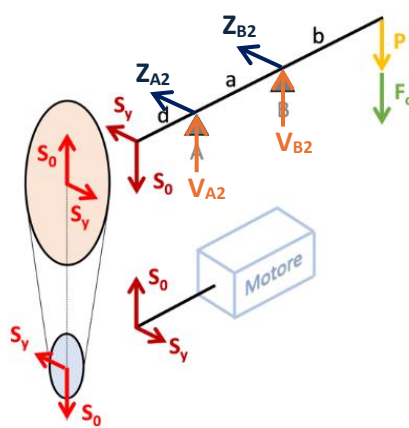
$$H_{A1} = 0 \text{ N} \rightarrow H_{B1} = 0 \text{ N}$$

$$V_{B1} = \frac{P(a+b) - S_0(d)}{a} = 213 \text{ N} \rightarrow V_{A1} = S_0 + P - V_{B1} = 131 \text{ N}$$

$$Z_{B1} = \frac{S_y(d)}{a} = 15 \text{ N} \rightarrow Z_{A1} = -Z_{B1} - S_y = -97 \text{ N}$$

Forze rotanti nello spazio:

Si eseguono i seguenti equilibri dinamici:



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 : H_{A2} + H_{B2} = 0 \\ \sum F_y = 0 : V_{A2} + V_{B2} - F_c = 0 \\ \sum F_z = 0 : Z_{A2} + Z_{B2} = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum M_x^A = 0 : - \\ \sum M_y^A = 0 : Z_{B2}(a) = 0 \\ \sum M_z^A = 0 : F_c(a+b) - V_{B2}(a) = 0 \end{array} \right.$$

$$H_{A2} = 0 \text{ N} \rightarrow H_{B2} = 0 \text{ N}$$

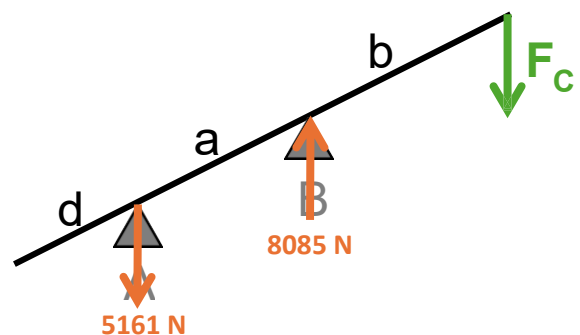
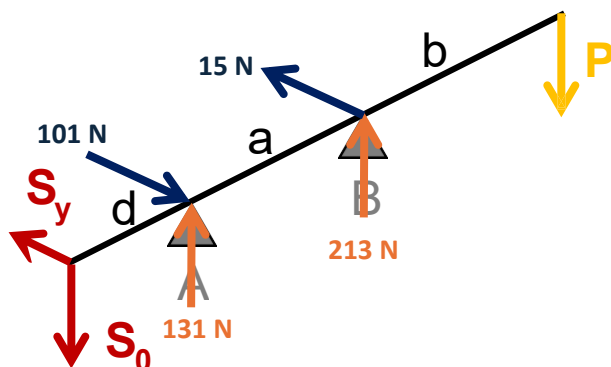
$$Z_{B2} = 0 \text{ N} \rightarrow Z_{A2} = -Z_{B2} = 0 \text{ N}$$

$$V_{B2} = \frac{F_c(a+b)}{a} = 8085 \text{ N} \rightarrow V_{A2} = F_c - V_{B2} = -5161 \text{ N}$$

Si ottiene, quindi, il seguente schema di reazioni vincolari:

forze fisse nello spazio:

forze rotanti nello spazio



4 Tracciare i diagrammi delle azioni interne dell'albero

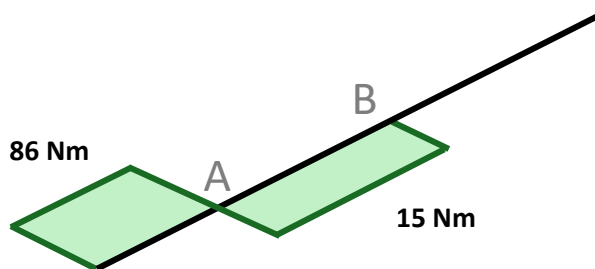
È necessario **distinguere tra forze fisse e forze rotanti** rispetto all'albero della puleggia condotta.

Azioni interne derivanti dalle forze fisse nello spazio e dalle loro reazioni vincolari:

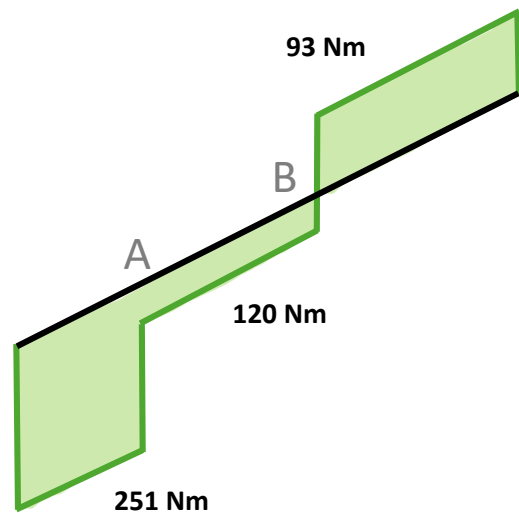
← $\boxed{N}$ → *assente nell'intera struttura*



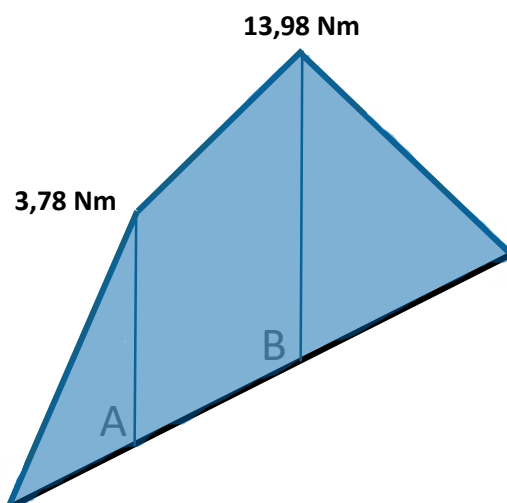
↓ $\boxed{T}$ ↑ **Piano xy:**



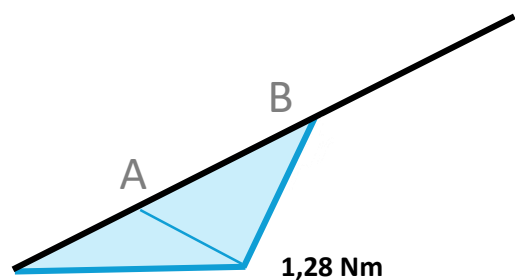
Piano xy:

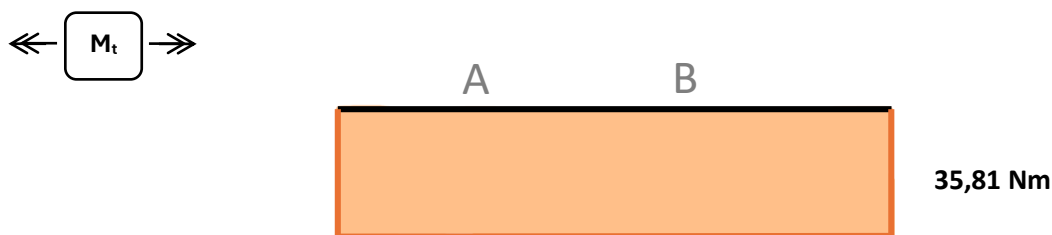


↺ $\boxed{M_f}$ ↻ **Piano xy:**



Piano xz:



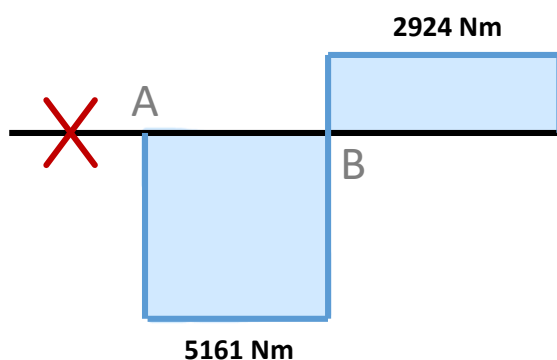


Azioni interne derivanti dalle forze rotanti nello spazio e dalle loro reazioni vincolari:

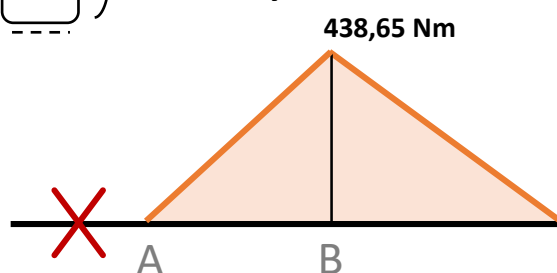
$\leftarrow \boxed{N} \rightarrow$ *assente nell'intera struttura*



$\downarrow \boxed{T} \uparrow$ Piano xy:



$\left(\boxed{M_f} \right)$ Piano xy:



$\leftarrow \boxed{M_t} \rightarrow$



5 Scegliere i cuscinetti a rotolamento adatti per le durate indicate

Viene ora proposta la **sceita dei cuscinetti a rotolamento adatti** a sostenere l'albero in analisi mediante una **soluzione isostatica**. Per far ciò, è necessario analizzare le forze agenti e calcolare la loro risultante. Nel caso in esame, per ogni cuscinetto, si hanno **due componenti di forze**: una fissa (che chiameremo F_1), che costituisce la reazione vincolare di S_0 , S_y e P (cioè delle forze fisse nello spazio), e una rotante (che

chiameremo F_2), che costituisce la reazione vincolare di F_c (cioè dell'unica forza rotante insieme all'albero).

Si calcola, quindi il valore di F_1 ed F_2 per il supporto in A:

$$F_{1A} = \sqrt{(V_{A1})^2 + (Z_{A1})^2} = 163 \text{ N} \quad F_{2A} = \sqrt{(V_{A2})^2 + (Z_{A2})^2} = 5161 \text{ N}$$

e, successivamente, si fa lo stesso per il supporto in B:

$$F_{1B} = \sqrt{(V_{A1})^2 + (Z_{A1})^2} = 214 \text{ N} \quad F_{2BA} = \sqrt{(V_{A2})^2 + (Z_{A2})^2} = 8085 \text{ N}$$

Grazie a queste due reazioni, è possibile determinare un **carico medio per ogni singolo cuscinetto**, chiamato F_m , mediante la formula $F_m = f_m \cdot (F_1 + F_2)$. Per ricavare il coefficiente f_m si utilizza grafico fornito, che riporta in ordinata il valore di $\frac{F_1}{F_1+F_2}$, con il quale si ottiene in ascissa il valore di f_m . Si esegue questo procedimento per ogni singolo supporto:

- per il supporto in A si hanno i seguenti risultati:

$$\frac{F_{1A}}{F_{1A}+F_{2A}} = 0,03 \rightarrow \text{si legge dal grafico } f_{mA} = 0,98, \text{ con cui si calcola:}$$

$$F_{mA} = f_{mA} \cdot (F_{1A} + F_{2A}) = 5217 \text{ N}$$

- per il supporto in B si hanno i seguenti risultati:

$$\frac{F_{1B}}{F_{1B}+F_{2B}} = 0,03 \rightarrow \text{si legge dal grafico } f_{mB} = 0,98, \text{ con cui si calcola:}$$

$$F_{mB} = f_{mB} \cdot (F_{1B} + F_{2B}) = 8133 \text{ N}$$

Sull'albero del cestello non sono presenti carichi assiali, perciò si considera la forza F_m come carico dinamico equivalente P per ogni singolo cuscinetto. Conoscendo la durata richiesta dei cuscinetti, è possibile **calcolare il coefficiente di carico dinamico C** , che permette di **scegliere il cuscinetto dal catalogo di SKF**. Si fa uso, quindi, della formula:

$$L_{nm} = \left(\frac{C}{P}\right)^p a_1 a_{23}$$

Il valore del coefficiente a_{23} viene ipotizzato pari ad 1 (essendo dipendente dal cuscinetto e necessitando, quindi, di un'iterazione per il suo calcolo preciso); l'esponente p è 3 per cuscinetti a sfere (di nostro interesse per questa applicazione); a_1 varia in base all'affidabilità del cuscinetto: per un'affidabilità al 90% si ha $a_{1(90)} = 1$, mentre, per il 95%, $a_{1(95)} = 0,62$.

Per quanto riguarda la durata, si ipotizza che l'utilizzo della lavatrice sia di una volta al giorno e che la durata della centrifuga sia di 10 minuti al giorno (tempo particolarmente gravoso per l'applicazione). Partendo da questa ipotesi, è possibile determinare il tempo di utilizzo del cuscinetto in ore (e in minuti), e quindi si ricavano i giri da compiere. Si effettua singolarmente il calcolo e la scelta dei cuscinetti per una durata di 6 e 10 anni, come richiesto da testo. Ottenuti tutti questi valori, invertendo

la formula di partenza, è possibile ricavare il valore di C **per entrambi i periodi di affidabilità su entrambi i supporti**, che ci consentirà di scegliere i cuscinetti più adatti a catalogo.

- per il cuscinetto in A si hanno i seguenti risultati:

6 ANNI

$$L_h = \left(\frac{10}{60}\right) \cdot 365 \cdot 6 = 365 \text{ h}$$

$$L_{\min} = L_h \cdot 60 = 21900 \text{ min}$$

$$L_5 = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 17,52 \text{ mln di giri}$$

$$L_{10} = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 17,52 \text{ mln di giri}$$

$$C_{90} = P^p \sqrt{\frac{L_{10}}{a_1 (90) a_{23}}} = \mathbf{13550 \text{ N}}$$

$$C_{95} = P^p \sqrt{\frac{L_5}{a_1 (95) a_{23}}} = \mathbf{15980 \text{ N}}$$

10 ANNI

$$L_h = \left(\frac{10}{60}\right) \cdot 365 \cdot 6 = 608,33 \text{ h}$$

$$L_{\min} = L_h \cdot 60 = 36500 \text{ min}$$

$$L_5 = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 29,2 \text{ mln di giri}$$

$$L_{10} = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 29,2 \text{ mln di giri}$$

$$C_{90} = P^p \sqrt{\frac{L_{10}}{a_1 (90) a_{23}}} = \mathbf{16065 \text{ N}}$$

$$C_{95} = P^p \sqrt{\frac{L_5}{a_1 (95) a_{23}}} = \mathbf{18840 \text{ N}}$$

- per il cuscinetto in B si hanno i seguenti risultati:

6 ANNI

$$L_h = \left(\frac{10}{60}\right) \cdot 365 \cdot 6 = 365 \text{ h}$$

$$L_{\min} = L_h \cdot 60 = 21900 \text{ min}$$

$$L_5 = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 17,52 \text{ mln di giri}$$

$$L_{10} = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 17,52 \text{ mln di giri}$$

$$C_{90} = P^p \sqrt{\frac{L_{10}}{a_1 (90) a_{23}}} = \mathbf{21123 \text{ N}}$$

$$C_{95} = P^p \sqrt{\frac{L_5}{a_1 (95) a_{23}}} = \mathbf{24771 \text{ N}}$$

10 ANNI

$$L_h = \left(\frac{10}{60}\right) \cdot 365 \cdot 6 = 608,33 \text{ h}$$

$$L_{\min} = L_h \cdot 60 = 36500 \text{ min}$$

$$L_5 = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 29,2 \text{ mln di giri}$$

$$L_{10} = (10^{-6}) \cdot (L_h) \cdot (n_c) \cdot (60) = 29,2 \text{ mln di giri}$$

$$C_{90} = P^p \sqrt{\frac{L_{10}}{a_1 (90) a_{23}}} = \mathbf{25044 \text{ N}}$$

$$C_{95} = P^p \sqrt{\frac{L_5}{a_1 (95) a_{23}}} = \mathbf{29370 \text{ N}}$$

Grazie a questi valori, si può scegliere la tipologia di cuscinetto dal catalogo di SKF. Come prima cosa si nota che **non è presente il valore di diametro dell'albero fornito dal disegno di progetto**: per il montaggio dei cuscinetti, si dovrà provvedere a disegnare opportunamente una riduzione di sezione, così da poter installare quelli

disponibili. Si entra nel catalogo con i valori del coefficiente dinamico C: si nota che i valori che si avvicinano di più a quelli da noi calcolati sono 15,6 kN, 16,8 kN e 30,7 kN. Si scelgono, quindi, i cuscinetti relativi ai valori di C identificati, che sono quelli immediatamente successivi ai valori di C calcolati teoricamente in precedenza. Si nota che tutti hanno un diametro interno di 20 mm, che sarà il valore dell'albero con sezione ridotta da disegnare.

17	40	9	9,56	4,75	38000	24000	98203
17	40	12	11,4	5,4	38000	24000	6203 ETN9
17	40	12	9,95	4,75	38000	24000	6203 *
17	47	14	14,3	6,55	34000	22000	6303 *
17	62	17	22,9	10,8	28000	18000	6403
20	32	7	4,03	2,32	45000	28000	61804
20	37	9	6,37	3,65	43000	26000	61904
20	42	8	7,28	4,05	38000	24000	16004 *
20	42	9	7,93	4,5	38000	24000	98204 Y
20	42	12	9,95	5	38000	24000	6004 *
20	47	14	13,5	6,55	32000	20000	6204 *
20	47	14	15,6	7,65	32000	20000	6204 ETN9
20	52	15	18,2	9	30000	19000	6304 ETN9
20	52	15	16,8	7,8	30000	19000	6304 *
20	72	19	30,7	15	24000	15000	6404
22	50	14	14	7,65	30000	19000	62/22
22	56	16	18,6	9,3	28000	18000	63/22
25	37	7	4,36	2,6	38000	24000	61805
25	42	9	7,02	4,3	36000	22000	61905
25	47	8	8,06	4,75	32000	20000	16005 *

Si sceglie, infine, di riportare tutti i dati trovati e le scelte effettuate nella seguente tabella:

						Supporto A		Supporto B	
						P	5217 kN	P	8133 kN
Richiesta	Durata	Anni	min	Giri	a ₁	C	Scelta	C	scelta
6 anni aff. 90%	L10	6	21900	17,5	1	13,5	6204 ETN9	21,1	6404
6 anni aff. 95%	L5	6	21900	17,5	0,62	15,9	6304*	24,7	6404
10 anni aff. 90%	L10	10	36500	29,2	1	16,0	6304*	25,0	6404
10 anni aff. 95%	L5	10	36500	29,2	0,62	18,8	6404	29,3	6404

A questo punto, come ultimo passaggio, è necessario verificare l'effettiva durata dei cuscinetti scelti da catalogo, così da poterne verificare l'utilizzabilità:

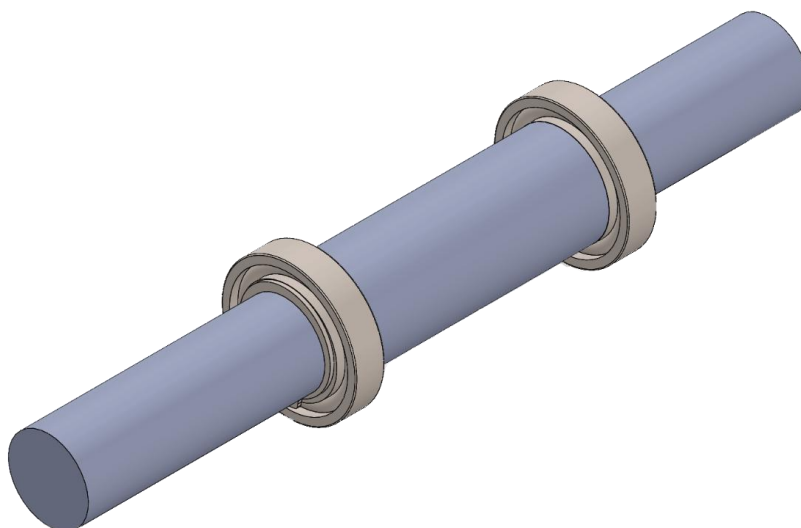
Riferimento cuscinetto da catalogo	Coefficiente di carico base dinamico	Durata e affidabilità richieste	Durata effettiva del cuscinetto
<u>6204 ETN9</u>	15,6 kN	6 anni; aff. 90%	$L_{10} = 267$ mln giri
<u>6304*</u>	16,8 kN	6 anni; aff. 95%	$L_5 = 207$ mln giri
<u>6304*</u>	16,8 kN	10 anni; aff. 90%	$L_{10} = 333$ mln giri
<u>6404</u>	30,7 kN	10 anni; aff. 95%	$L_5 = 126$ mln giri
<u>6404</u>	30,7 kN	6 anni; aff. 90%	$L_{10} = 203$ mln giri
<u>6404</u>	30,7 kN	6 anni; aff. 95%	$L_5 = 126$ mln giri
<u>6404</u>	30,7 kN	10 anni; aff. 90%	$L_{10} = 203$ mln giri
<u>6404</u>	30,7 kN	10 anni; aff. 95%	$L_5 = 126$ mln giri

6

Tracciare uno schizzo costruttivo di: albero, bloccaggi, cuscinetti (per una sola delle soluzioni)

A seguito della scelta dei cuscinetti sopra eseguita, si riporta uno **schizzo costruttivo** di **montaggio dei cuscinetti** per ottenere una **struttura isostatica**. Poiché l'albero è da 30 mm di diametro e a catalogo sono disponibili soltanto cuscinetti di diametro massimo 25 mm, si propone una riduzione di sezione per il loro montaggio.

Il primo passo, quindi, è proporre una **riduzione di sezione dell'albero**, in modo da garantire il montaggio dei cuscinetti; poi, si procede a disegnare una **cassa esterna** per realizzare con essi gli opportuni vincoli di cerniera e carrello.



Nel montaggio scelto, il **cuscinetto posto in A** costituisce la **cerniera**, vincolata, quindi, sia assialmente che radialmente: il vincolo assiale è stato realizzato grazie alla cassa, mentre il bloccaggio radiale è garantito a sinistra dalla cassa (in battuta) e a destra dalla sezione maggiore dell'albero (in battuta); il **cuscinetto in B** è, invece, il **carrello**, vincolato assialmente, ma libero in direzione radiale: il bloccaggio assiale è sempre ottenuto mediante la cassa esterna, mentre il grado di libertà radiale è visibile dal "gap" tra la stessa cassa e il lato destro cuscinetto, che consente proprio a quest'ultimo di scorrere. Entrambi i cuscinetti sono vincolati all'albero da **anelli Seeger** e per garantire la battuta sulla sezione di diametro maggiore dell'albero sono state poste delle "**gole di scarico**".

Si riporta ora lo schema di montaggio comprensivo di cassa esterna:

